

「自宅で受けられる1対1の個別指導」の詳細は以下をクリック！

<http://www.hmg-gen.com/tuusin.html>

---

## 2次関数No8

### 「場合分けの必要な最大値、最小値(グラフが動く)」

こんにちは、河見賢司です。今回は「場合分けの必要な最大値、最小値(定義域が変数)」を解説しました。今回は、前回の続きとして、定義域が定数でグラフに変数が含まれている問題を解説したいと思います。

今回解説する内容は、前回と前々回のプリントさえ理解できていたらごくごく簡単なものです。まだ、見ていない人は、ぜひとも目を通しておいてください。

2次関数 No.6「関数の最大値、最小値の考え方」<http://www.hmg-gen.com/2jino6.pdf>

2次関数 No.7「場合分けの必要な最大値、最小値問題(定義域が変数)」<http://www.hmg-gen.com/2jino7.pdf>

それでは、以下の問題を解いてもらいます。繰り返しになりますが、前回、前々回の内容が理解できていたらごくごく簡単な内容だと思いますよ。

#### 問題

$y = x^2 - 2ax + 1$  の  $0 \leq x \leq 2$  における

- (1) 最小値を求めよ
- (2) 最大値を求めよ

#### 【(1) の解説】

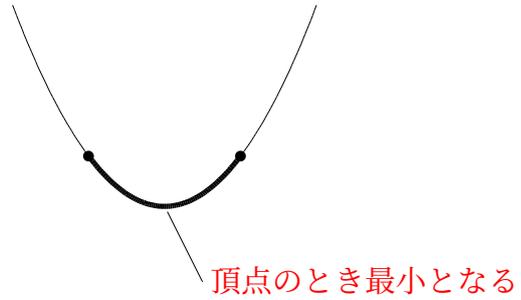
今回は、下に凸な2次関数です。下に凸な2次関数の時は、以下のように3つの場合に場合分けできるんだったんだよね。

2 次関数の最小値の位置

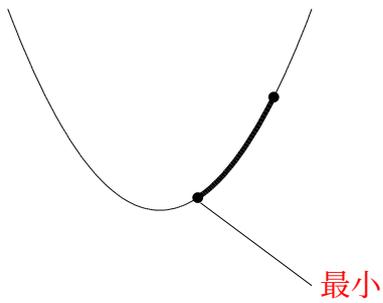
(i) 定義域が軸の左側にあるとき



(ii) 定義域が軸を含んでいるとき



(iii) 定義域が軸の右側にあるとき

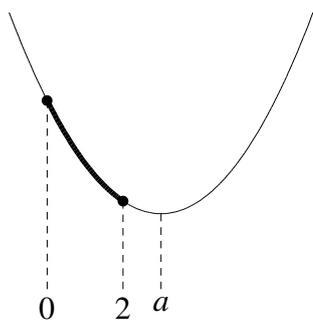


で、今回もこれに合わせて解いていこうと思います。それでは、解答に進みたいと思います。

### 【(1) の解答】

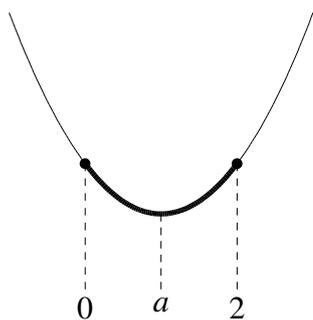
$$y = x^2 - 2ax + 1$$
$$= (x - a)^2 - a^2 + 1$$

(i)  $a \geq 2$  のとき



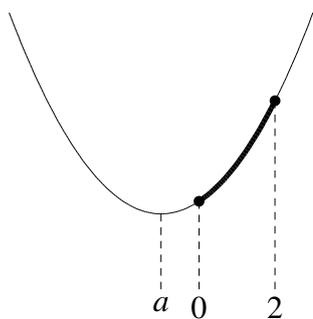
グラフより、 $x = 2$  のとき、最小値  $2^2 - 2a \cdot 2 + 1 = 5 - 4a$  をとる。

(ii)  $0 \leq a < 2$  のとき



グラフより、 $x = a$  のとき、最小値  $-a^2 + 1$  をとる。

(iii)  $a < 0$  のとき



グラフより、 $x = 0$  のとき、最小値  $1$  をとる。

以上より、
$$\left\{ \begin{array}{l} a \geq 2 \text{ のとき、} x = 2 \text{ で最小値 } 5 - 4a \text{ をとる} \\ 0 \leq a < 2 \text{ のとき、} x = a \text{ で最小値 } -a^2 + 1 \text{ をとる} \\ a < 0 \text{ のとき、} x = 0 \text{ で最小値 } 1 \text{ をとる} \end{array} \right.$$

## 【(2) の解説】

次は最大値です。最大値に関しては、第7回の「場合分けの必要な最大値、最小値問題」で解説でしています。この問題が分からないという人は、まず第7回のプリントを見てからこの問題に進むようにしてください。

第7回「場合分けの必要な最大値、最小値問題」

<https://www.hmg-gen.com/2jino7.pdf>

今回の定義域は  $0 \leq x \leq 2$  です。 $\frac{0+2}{2} = 1$  より真ん中は1です。定義域の真ん中より軸が右側にあるか左側にあるかで考えていくんだったんだよね。繰り返しになるけど、この意味が分からない人は第7回のプリントを見るようにしてください。

ユーチューブでも解説しています。動画を見たいという人は以下をご覧ください。

<https://youtu.be/IU-XmItbeBk>

## 【(2) の解答】

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 2ax + 1 \\ &= (x - a)^2 - a^2 + 1 \end{aligned}$$

- (1)  $a < 1$  のとき  $x = 2$  で最大値  $-4a + 5$  をとる。
- (2)  $a = 1$  のとき  $x = 0, 2$  で最大値  $1$  をとる。
- (3)  $a > 1$  のとき  $x = 0$  で最大値  $1$  をとる。

2次関数の場合分けの必要な最大値・最小値問題は頻出ですよ。しっかりと理解してお

いてください。

## 【無料で読めるメルマガの紹介】

---

数学って難しいですよね。でも、数学って「このときはこうする」というルールがあつてそれをひとつずつ覚えていけば誰でもできるようになります。

「今までの苦労はなんだったの？」と思えるほど、簡単にできるようになりますよ。

「4浪しているのにセンター6割」

→ 「わずか入会8か月後に島根大学医学部医学科に合格！」

本人いわく「悲惨な成績」で限りなく学年で下位

→ 「ぐんぐん成績をあげて筑波大学理工学群現役合格！」

「問題が少し難しくなるととたんに解けなくなる」

→ 「解き方のルールを覚えて難問も解けるようになり東北大学歯学部合格！」

多くの受験生が数学の成績をあげた秘訣を紹介します。

以下の無料メルマガの登録をしてください。無料ですし、いつでも解除できるので登録しないと損ですよ。以下をクリックしてください。

ルールを覚えれば誰でもできる！  
あなたの数学の偏差値を70にするメルマガ

<https://hmg-gen.com/merutou.html>

---

ツイッターやっています

<https://twitter.com/hmggen>

高校数学の勉強法

<https://www.hmg-gen.com/>

医学部数学の勉強法

<https://www.ouen-math.com/>

感想はこちらまでメールをください（何か言ってもらえると嬉しいです）

[magdai@hmg-gen.com](mailto:magdai@hmg-gen.com)

河見賢司