

問題 16

次の方程式を解け、ただし $(0 \leq \theta < 2\pi)$ とする。

$$(1) 2 \sin^2 \theta - \sqrt{2} \cos \theta - 2 = 0$$

$$(2) 2 \cos^2 \theta - 7 \sin \theta + 2 = 0$$

【解説】

三角関数の問題では、相互関係の式を使って $\sin \theta$ または $\cos \theta$ のみの式にしてから解いていくことが多いです。

【解答】 (1)

$$2 \sin^2 \theta - \sqrt{2} \cos \theta - 2 = 0$$

$$2(1 - \cos^2 \theta) - \sqrt{2} \cos \theta - 2 = 0 \quad \blacktriangleleft \sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta \text{ を代入}$$

$$2 - 2 \cos^2 \theta - \sqrt{2} \cos \theta - 2 = 0$$

$$2 \cos^2 \theta + \sqrt{2} \cos \theta = 0$$

$$\cos \theta (2 \cos \theta + \sqrt{2}) = 0$$

$$\therefore \cos \theta = 0 \text{ または } 2 \cos \theta + \sqrt{2} = 0$$

$$(i) \cos \theta = 0 \text{ のとき } \theta = \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi$$

$$(ii) 2 \cos \theta + \sqrt{2} = 0 \text{ つまり } \cos \theta = -\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ のとき } \theta = \frac{3}{4}\pi, \frac{5}{4}\pi$$

(2)

$$2 \cos^2 \theta - 7 \sin \theta + 2 = 0$$

$$2(1 - \sin^2 \theta) - 7 \sin \theta + 2 = 0 \quad \blacktriangleleft \cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta \text{ を代入}$$

$$2 - 2 \sin^2 \theta - 7 \sin \theta + 2 = 0$$

$$2 \sin^2 \theta + 7 \sin \theta - 4 = 0$$

$$(\sin \theta + 4)(2 \sin \theta - 1) = 0$$

$$\sin \theta = -4, \frac{1}{2} \text{ となるが } -1 \leq \sin \theta \leq 1 \text{ より } \sin \theta = -4 \text{ は不適}$$

$$\text{よって } \sin \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi$$

高校数学の勉強法

<http://www.hmg-gen.com/>

メールはこちらから

magdai@hmg-gen.com (何か言ってくれと嬉しいです)