

問題 18

次の方程式を解け、ただし $(0 \leq \theta < 2\pi)$ とする。

$$(1) \sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$$

$$(2) \cos\left(2\theta + \frac{\pi}{3}\right) \leq \frac{1}{2}$$

【解説】

$\sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right)$ では、考えにくいので $X = \theta + \frac{\pi}{6}$ とおいて解いていきます。(2) も同様に $X = 2\theta + \frac{\pi}{3}$ と置き換えます。

文字の置き換えは便利ですが、文字を置き換えた時は範囲に注意するということを忘れないようにしてください。

【解答】

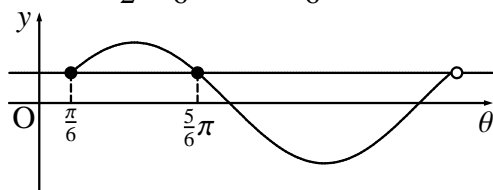
$$(1) X = \theta + \frac{\pi}{6} \text{ とする。}$$

$$0 \leq \theta < 2\pi$$

$$\frac{\pi}{6} \leq \theta + \frac{\pi}{6} < 2\pi + \frac{\pi}{6}$$

$$\frac{\pi}{6} \leq X < \frac{13}{6}\pi \quad \leftarrow X \text{ の値の範囲が求まった}$$

$$\sin X = \frac{1}{2} \quad \left(\frac{\pi}{6} \leq \theta < \frac{13}{6}\pi\right)$$



グラフより

$$X = \frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi \quad \leftarrow X = \theta + \frac{\pi}{6} \text{ より}$$

$$\theta + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi$$

$$\therefore \theta = 0, \frac{2}{3}\pi$$

$$(2) \cos\left(2\theta + \frac{\pi}{3}\right) \leq \frac{1}{2}$$

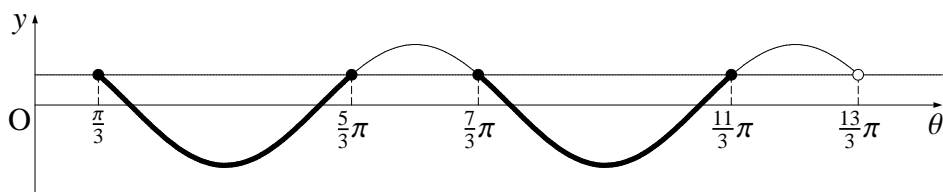
$$X = 2\theta + \frac{\pi}{3} \text{ とする。}$$

$$0 \leq \theta < 2\pi$$

$$0 \leq 2\theta < 4\pi$$

$$\frac{\pi}{3} \leq 2\theta + \frac{\pi}{3} < 4\pi + \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{\pi}{3} \leq X < \frac{13}{3}\pi \quad \leftarrow X \text{ の値の範囲が求まった}$$



グラフより、

$$\frac{\pi}{3} \leq X \leq \frac{5}{3}\pi,$$

$$\frac{\pi}{3} \leq 2\theta + \frac{\pi}{3} \leq \frac{5}{3}\pi,$$

$$0 \leq 2\theta \leq \frac{4}{3}\pi,$$

$$0 \leq \theta \leq \frac{2}{3}\pi,$$

$$\frac{7}{3}\pi \leq X \leq \frac{11}{3}\pi$$

$$\frac{7}{3}\pi \leq 2\theta + \frac{\pi}{3} \leq \frac{11}{3}\pi$$

$$2\pi \leq 2\theta \leq \frac{10}{3}\pi$$

$$\pi \leq \theta \leq \frac{5}{3}\pi$$

河見賢司

高校数学の勉強法

<http://www.hmg-gen.com/>

メールはこちらから

magdai@hmg-gen.com (何か言ってくれると嬉しいです)