問題２０

加法定理から $\sin 2\theta$, $\cos 2\theta$, $\tan 2\theta$ を導け。

【解説】

2倍角の公式は、加法定理に $\alpha = \beta = \theta$ を代入すると簡単に導けます。

【解答】

①

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$$

$\alpha = \beta = \theta$を代入すると

$$\sin(\theta + \theta) = \sin\theta\cos\theta + \cos\theta\sin\theta$$

$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$$ ◀ sin の2倍角の公式が導けた！

②

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$

$\alpha = \beta = \theta$を代入すると

$$\cos(\theta + \theta) = \cos\theta\cos\theta - \sin\theta\sin\theta$$

$$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$$ ◀ cos の2倍角の公式が導けた！

③

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta}$$

$\alpha = \beta = \theta$を代入すると

$$\tan(\theta + \theta) = \frac{\tan\theta + \tan\theta}{1 - \tan\theta\tan\theta}$$

$$\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1 - \tan^2\theta}$$ ◀ tan の2倍角の公式が導けた！

【注意】

sin と cos の2倍角の公式は本当によく出題されるので、暗記してください。tan はあまり出題されないので覚える必要はないです。

また cos の2倍角は $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ の公式から

$$\cos 2\theta = \begin{cases} \cos^2\theta - \sin^2\theta \\ 1 - 2\sin^2\theta \\ 2\cos^2\theta - 1 \end{cases}$$

cos の2倍角は上記3種類があります。3つとも覚えておいてください。

河見賢司

高校数学の勉強法
http://www.hmg-gen.com/

メールはこちらから
magdai@hmg-gen.com (何か言ってくれると嬉しいです)