

問題 2 5

以下の積和の公式を 4 つ記せ。

① $\sin \alpha \cos \beta =$

② $\cos \alpha \sin \beta =$

③ $\cos \alpha \cos \beta =$

④ $\sin \alpha \sin \beta =$

【解説】

積和の公式は加法定理から簡単に導けます。この公式は、それほど出てこないので暗記する必要はないです。むしろ、暗記すると間違える可能性があるので、必要なときはその場で加法定理から導くようにしてください。

【解答】

(1) $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$

$$\begin{array}{r} +) \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta \\ \hline \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cos \beta \end{array}$$

$$2 \sin \alpha \cos \beta = \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)$$

$$\therefore \sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \{ \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) \} \quad \blacktriangleleft \text{両辺を 2 で割り、公式が導けた!}$$

(2) $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$

$$\begin{array}{r} -) \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta \\ \hline \sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \sin \beta \end{array}$$

$$2 \cos \alpha \sin \beta = \sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)$$

$$\therefore \cos \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} \{ \sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) \} \quad \blacktriangleleft \text{両辺を 2 で割り、公式が導けた!}$$

(3) $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$

$$\begin{array}{r} +) \cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \\ \hline \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \cos \beta \end{array}$$

$$2 \cos \alpha \cos \beta = \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)$$

$$\therefore \cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \{ \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) \} \quad \blacktriangleleft \text{両辺を 2 で割り、公式が導けた!}$$

$$\begin{aligned}
(4) \quad & \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \\
- & \cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \\
\hline
& \cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta) = -2 \sin \alpha \sin \beta \\
& -2 \sin \alpha \sin \beta = \cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta) \\
\therefore & \sin \alpha \sin \beta = -\frac{1}{2} \{\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta)\} \quad \blacktriangleleft \text{両辺を 2 で割り、公式が導けた！}
\end{aligned}$$

河見賢司

高校数学の勉強法

<http://www.hmg-gen.com/>

メールはこちらから

magdai@hmg-gen.com (何か言ってくれと嬉しいです)