

問題 2 6

以下の和積の公式を 4 つ記せ。

①  $\sin A + \sin B =$

②  $\sin A - \sin B =$

③  $\cos A + \cos B =$

④  $\cos A - \cos B =$

【解説】

和積の公式も積和の公式と同じように加法定理から簡単に導けます。この公式も、それほど出てこないなので暗記する必要はないです。むしろ、暗記すると間違える可能性があるなので、必要なときはその場で加法定理から導くようにしてください。

【解答】

(1)  $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$

$$\begin{array}{l} +) \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta \\ \hline \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cos \beta \end{array}$$

$$\therefore \sin A + \sin B = 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2} \quad \leftarrow \alpha + \beta = A, \alpha - \beta = B \text{ として、公式が導けた！}$$

(2)  $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$

$$\begin{array}{l} -) \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta \\ \hline \sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \sin \beta \end{array}$$

$$\therefore \sin A - \sin B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2} \quad \leftarrow \alpha + \beta = A, \alpha - \beta = B \text{ として、公式が導けた！}$$

(3)  $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$

$$\begin{array}{l} +) \cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \\ \hline \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \cos \beta \end{array}$$

$$\therefore \cos A + \cos B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2} \quad \leftarrow \alpha + \beta = A, \alpha - \beta = B \text{ として、公式が導けた！}$$

(4)  $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$

$$\begin{array}{l} -) \cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \\ \hline \cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta) = -2 \sin \alpha \sin \beta \end{array}$$

$$\therefore \cos A - \cos B = -2 \sin \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2} \quad \leftarrow \alpha + \beta = A, \alpha - \beta = B \text{ として、公式が導けた！}$$

【注】  $\alpha$  と  $\beta$  について

$$\begin{aligned} A &= \alpha + \beta \\ +) B &= \alpha - \beta \\ \hline A + B &= 2\alpha \\ \therefore \alpha &= \frac{A + B}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= \alpha + \beta \\ -) B &= \alpha - \beta \\ \hline A - B &= 2\beta \\ \therefore \beta &= \frac{A - B}{2} \end{aligned}$$

河見賢司

高校数学の勉強法

<http://www.hmg-gen.com/>

メールはこちらから

[magdai@hmg-gen.com](mailto:magdai@hmg-gen.com) (何か言ってくれと嬉しいです)