

問題 37

$\sin 18^\circ$ を求めよ。

【解説】

この問題は頻出ですよ。でも、知らなかったら全く思いつかないと思います。

$5\theta = 90^\circ \Rightarrow 2\theta + 3\theta = 90^\circ \Rightarrow 2\theta = 90^\circ - \theta$ を利用して解いていきます。

【解答】

$\theta = 18^\circ$ とする。

$$5\theta = 90^\circ$$

$$2\theta + 3\theta = 90^\circ$$

$$2\theta = 90^\circ - 3\theta$$

$$\sin 2\theta = \sin(90^\circ - 3\theta)$$

$$\sin 2\theta = \cos 3\theta \leftarrow \sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta \text{ より}$$

$$2 \sin \theta \cos \theta = -3 \cos \theta + 4 \cos 3\theta \leftarrow \sin \text{ の } 2 \text{ 倍角、} \cos \text{ の } 3 \text{ 倍角の公式より}$$

ここで $\cos \theta \neq 0$ より \leftarrow 両辺を変数で割るときは、0 になるか確認

$$2 \sin \theta = -3 + 4 \cos^2 \theta$$

$$2 \sin \theta = -3 + 4(1 - \sin^2 \theta) \leftarrow \cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta \text{ より } \cos \text{ のみの式にした}$$

$$4 \sin^2 \theta + 2 \sin \theta - 1 = 0$$

$$\sin \theta = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot (-1)}}{4} \leftarrow \text{解の公式を使った}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{4}$$

ここで $\sin \theta > 0$ より $\leftarrow \sin 18^\circ$ は当然正

$$\sin \theta = \frac{-1 + \sqrt{5}}{4}$$

河見賢司

高校数学の勉強法

<http://www.hmg-gen.com/>

メールはこちらから

magdai@hmg-gen.com (何か言ってくれと嬉しいです)