

問題 4 1

次の方程式・不等式を解け。ただし $0 \leq \theta < 2\pi$ とする。

(1) $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ (2) $\sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta < \sqrt{3}$

【解説】

まずは、合成します。そのあとは問題 1 8 と同じような問題で、文字の置き換えをして解いていきます。

【解答】

(1)

$$\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{2} \sin \left(\theta + \frac{\pi}{4} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \leftarrow \text{合成をした}$$

$$\sin \left(\theta + \frac{\pi}{4} \right) = \frac{1}{2}$$

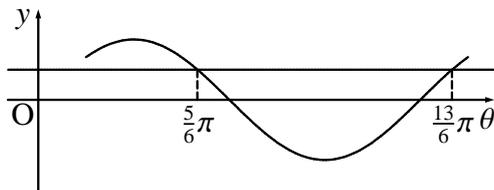
ここで $\theta + \frac{\pi}{4}$ とする。

$$0 \leq \theta < 2\pi$$

$$\frac{\pi}{4} \leq \theta + \frac{\pi}{4} < 2\pi + \frac{\pi}{4} \quad \leftarrow \text{全ての辺に } \frac{\pi}{4} \text{ を加えた}$$

$$\frac{\pi}{4} \leq X < \frac{9}{4}\pi \quad \leftarrow X \text{ の値の範囲が求まった。文字を置き換えた時は範囲に注意}$$

$$\sin X = \frac{1}{2} \quad \left(\frac{\pi}{4} \leq X < \frac{9}{4}\pi \right)$$



グラフより

$$X = \frac{5}{6}\pi, \frac{13}{6}\pi$$

$$\theta + \frac{\pi}{4} = \frac{5}{6}\pi, \frac{13}{6}\pi$$

$$\theta = \frac{5}{6}\pi - \frac{\pi}{4}, \frac{13}{6}\pi - \frac{\pi}{4}$$

$$= \frac{7}{12}\pi, \frac{23}{12}\pi \quad \leftarrow \text{これが答え}$$

(2)

$$\sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta < \sqrt{3}$$

$$2 \sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) < \sqrt{3} \quad \leftarrow \text{合成をした}$$

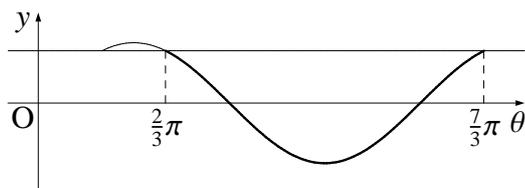
ここで $X = \theta + \frac{\pi}{3}$ とする。

$$0 \leq \theta < 2\pi$$

$$\frac{\pi}{3} \leq \theta + \frac{\pi}{3} < 2\pi + \frac{\pi}{3} \quad \leftarrow \text{全ての辺に } \frac{\pi}{3} \text{ を加えた}$$

$$\frac{\pi}{3} \leq X < \frac{7}{3}\pi \quad \leftarrow X \text{ の値の範囲が求まった。文字を置き換えた時は範囲に注意}$$

$$\sin X < \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \left(\frac{\pi}{3} \leq \theta < \frac{7}{3}\pi\right)$$



グラフより

$$\frac{2}{3}\pi < X < \frac{7}{3}\pi$$

$$\frac{2}{3}\pi < \theta + \frac{\pi}{3} < \frac{7}{3}\pi$$

$$\frac{\pi}{3} < \theta < 2\pi \quad \leftarrow \text{これが答え}$$

河見賢司

高校数学の勉強法

<http://www.hmg-gen.com/>

メールはこちらから

magdai@hmg-gen.com (何か言ってくれと嬉しいです)