

問題 4 2

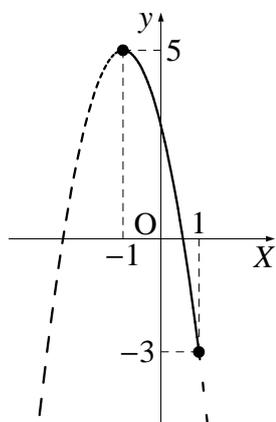
$0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、 $y = 2 \cos^2 \theta - 4 \sin \theta + 1$ の最大値・最小値。およびそれらを与える θ の値を求めよ。

【解説】

$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$ を代入すると $\sin \theta$ のみの式になってくれます。

【解答】

$$\begin{aligned} y &= 2 \cos^2 \theta - 4 \sin \theta + 1 \\ &= 2(1 - \sin^2 \theta) - 4 \sin \theta + 1 \quad \leftarrow \cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta \text{ を代入して } \sin \text{ のみの式にした} \\ &= -2 \sin^2 \theta - 4 \sin \theta + 3 \\ \text{ここで } \sin \theta &= X \text{ とする。 } -1 \leq X \leq 1 \quad \leftarrow \text{置き換えた時は、範囲に注意 となる} \\ &= -2X^2 - 4X + 3 \\ &= -2(X + 1)^2 + 5 \quad \leftarrow 2 \text{ 次関数のグラフをかくために平方完成をした} \end{aligned}$$



グラフより $X = -1$ のとき、最大値 5 をとり、 $X = 1$ のとき、最小値 -3 をとる。

また $X = \sin \theta$ より $X = -1$ のとき $\theta = \frac{3}{2}\pi$ 、 $X = 1$ のとき $\theta = \frac{\pi}{2}$

以上より、 $\theta = \frac{3}{2}\pi$ のとき最大値 5 をとり、 $\theta = \frac{\pi}{2}$ のとき最小値 -3 をとる。

河見賢司

高校数学の勉強法

<http://www.hmg-gen.com/>

メールはこちらから

magdai@hmg-gen.com (何か言ってくれと嬉しいです)