

問題 50

$x^2 + y^2 = 1$ のとき、 $3x + y$ の最大値と最小値とそれらを与える (x, y) を求めよ。

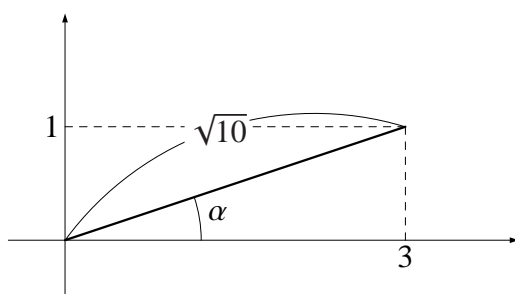
【解説】

「 $x^2 + y^2 = r^2$ 上の点は $(x, y) = (r \cos \theta, r \sin \theta)$ とおける」この性質を使います。

【解答】

$x^2 + y^2 = 1$ 上の点は $x = \cos \theta, y = \sin \theta$ とおける。

$$\begin{aligned} 3x + y &= 3 \cos \theta + \sin \theta \\ &= \sqrt{10} \sin(\theta + \alpha) \end{aligned}$$



ただし、 α は $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}, \cos \alpha = \frac{3}{\sqrt{10}}$ を満たす。

↑ 合成したとき α の角度が分からないときもあります。

$$-1 \leq \sin(\theta + \alpha) \leq 1$$

$$-\sqrt{10} \leq \sqrt{10} \sin(\theta + \alpha) \leq \sqrt{10}$$

よって最小値 $-\sqrt{10}$ 、最大値 $\sqrt{10}$

河見賢司

高校数学の勉強法

<http://www.hmg-gen.com/>

メールはこちらから

magdai@hmg-gen.com (何か言ってくれと嬉しいです)