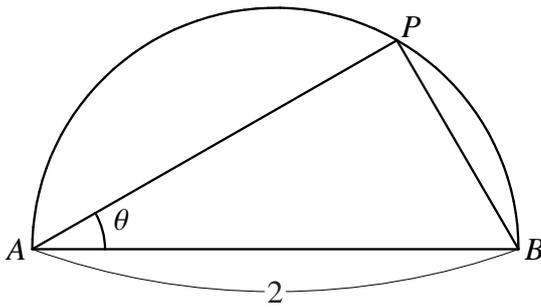


問題 5 3



上図のように P は弧 AB (点 A, B は除く) を動いている。以下の問いに答えよ。

- (1) $AP + PB$ を θ を用いて表せ。
- (2) $AP + PB$ の最大値を求めよ。

【解説】

問題 5 2 を使って解いていくだけです。

θ の値の範囲なんですが $0 < \theta < 90^\circ$ になります。なぜこうなるか簡単に説明をすると、まず P が A に一致するとき $\theta = 0^\circ$ です。 P が A から B に近づくにつれどんどんと角度が大きくなりますが P が A に近づくとき $\angle B$ はほとんどの 0° になります。三角形の内角の和が 180° であることを考えて $\theta = \angle APB - \angle PBA \cong 90^\circ - 0^\circ = 90^\circ$ となります。

【解答】

(1)

$AP = 2 \cos \theta$, $PB = 2 \sin \theta$ となる。

$$AP + PB = 2 \cos \theta + 2 \sin \theta$$

(2)

$$AP + PB = 2(\sin \theta + \cos \theta)$$

$$= 2\sqrt{2} \sin(\theta + 45^\circ) \quad \leftarrow \text{合成をした}$$

ここで $0 < \theta < 90^\circ$ より、 $45^\circ < \theta + 45^\circ < 135^\circ$ となる。

よって最大値は $\sqrt{2}$ となる。

河見賢司

高校数学の勉強法

<http://www.hmg-gen.com/>

メールはこちらから

magdai@hmg-gen.com (何か言ってくれと嬉しいです)