

問題 5 6

次の条件を満たす三角形はどのような三角形か？

(1) $c = a \cos B$

(2) $\sin^2 A + \sin^2 B = \sin^2 C$

【解説】

どのような三角形か？という問題を三角形の形状を問う問題と言います。三角形の形状を問う問題は余弦定理や正弦定理を使って、角度と長さが混じった式を長さのみの式にしてから解いていくことが鉄則です。

また、実際の受験問題で出題される場合、方程式が複雑になる場合が多いですが、三角形の形状は正三角形、二等辺三角形、直角三角形くらいしかないので、答えはいずれかになると頭に叩き込んで計算したら式変形を思いつけると思います。

【解答】

(1)

$$c = a \cos B$$

$$c = a \cdot \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \quad \leftarrow \text{余弦定理より}$$

$$b^2 + c^2 = a^2$$

よって $\angle A = 90^\circ$ の直角三角形である。

(2) 正弦定理より、 $\frac{a}{\sin A} = 2R \Rightarrow \sin A = \frac{a}{2R}$

同様に $\sin B = \frac{b}{2R}$, $\sin C = \frac{c}{2R}$ がいえる。

$$\sin^2 A + \sin^2 B = \sin^2 C$$

$$\left(\frac{a}{2R}\right)^2 + \left(\frac{b}{2R}\right)^2 = \left(\frac{c}{2R}\right)^2$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

よって $\angle C = 90^\circ$ の直角三角形である。

河見賢司

高校数学の勉強法

<http://www.hmg-gen.com/>

メールはこちらから

magdai@hmg-gen.com (何か言ってくれと嬉しいです)