

場合の数 その6

こんにちは、河見賢司です。今回は、場合の数の第6回で、「組みわけに関する問題」です。

まずは、次の問題を解いてください。

問題1

6人を3人、2人、1人の3つのグループに分ける方法は何通りあるか

【解説】

これも、これまでと同じように日本語で考えていきます。((注)「日本語で考える」は場合の数の第1回と第2回で解説しています。

第1回 <http://www.hmg-gen.com/baai1.pdf>

第2回 <http://www.hmg-gen.com/baai2.pdf>

よく分からないという人は、上記のプリントを見てください。)

それでは、問題に戻ります。この問題を日本語で考えると

「まず6人から3人を選ぶ」そして「残った3人から2人を選ぶ」そして「残った1人から1人を選ぶ」と直すことができます。

6人から3人を選ぶ場合の数は、 ${}_6C_3$ です。3人から2人を選ぶ場合の数は ${}_3C_2$ です。1人から1人を選ぶ場合の数は ${}_1C_1$ です。

「そして」は掛け算であることを考えると、求める場合の数は ${}_6C_3 \times {}_3C_2 \times {}_1C_1$ となります。それでは、解答に進みます。

【解答】

${}_6C_3 \times {}_3C_2 \times {}_1C_1 = 60$ 通り

これは、簡単だったと思います。では、次の問題に進みます。

問題 2

(1) 6人をAグループ2人、Bグループ2人、Cグループ2人に分ける方法は何通りあるか。

(2) 6人を2人ずつ3つのグループに分ける方法何通りあるか。

【(1)の解説】

(1)は、先ほどの問題1と同じように考えます。

「まず、6人からAグループ2人を選ぶ」そして「残った4人からBグループ2人を選ぶ」そして「残った2人からCグループ2人を選ぶ」

「6人からAグループ2人を選ぶ」場合の数は ${}_6C_2$ で、「4人からBグループ2人を選ぶ」場合の数は ${}_4C_2$ です。「2人からCグループ2人を選ぶ場合の数は ${}_2C_2$ 」です。

「そして」は掛け算なので、答えは ${}_6C_2 \times {}_4C_2 \times {}_1C_1$ となります。それでは、解答に進みます。

【(1)の解答】

$${}_6C_2 \times {}_4C_2 \times {}_1C_1 = 90 \text{ 通り}$$

【(2)の解説】

(1)と同じように2人ずつ3つのグループに分ける問題でしたが、(1)はA, B, Cと3つのグループに区別がありましたが、今回は単に2人、2人、2人に分けるだけなので区別がありません。

区別がないものは直接求めることができないので、次のようにして求めていきます。

(6人をAグループ2人、Bグループ2人、Cグループ2人に分ける)
= (6人を2人、2人、2人に分ける)そして(その2人、2人、2人のグループをAグループ、Bグループ、Cグループに振り分ける)

ここで、

(6人をAグループ2人、Bグループ2人、Cグループ2人に分ける) = ${}_6C_2 \cdot {}_4C_2 \cdot {}_1C_1$ です。

また、(その2人、2人、2人のグループをAグループ、Bグループ、Cグループに振り

分ける)=3! です。

「そして」は掛け算であることを考えると、

(6人をAグループ2人、Bグループ2人、Cグループ2人に分ける)
=(6人を2人、2人、2人に分ける)そして(その2人、2人、2人のグループをAグループ、Bグループ、Cグループに振り分ける)

⇔

${}_6C_2 \cdot {}_4C_2 \cdot {}_2C_1 = (6 \text{ 人を } 2 \text{ 人、} 2 \text{ 人、} 2 \text{ 人に分ける}) \times 3!$ となります。

これを、(6人を2人、2人、2人に分ける)について解くと、

$$(6 \text{ 人を } 2 \text{ 人、} 2 \text{ 人、} 2 \text{ 人に分ける}) = \frac{{}_6C_2 \cdot {}_4C_2 \cdot {}_2C_2}{3!}$$

上記のようになります。

紙面での解説なので、少し分かりにくかった人もいるかもしれませんが、要するに組みわけの問題で区別がないときは、区別があるものとして計算をして、(区別のない組の個数)! で割ってもらえば、場合の数を求めることができます。

組みわけの問題の考え方

組みわけの問題で、組の区別がないものが含まれているときは、組に区別があるものとして計算をして、最後に(区別のない組の個数)! で割る

【解答】

$$\frac{{}_6C_2 \cdot {}_4C_2 \cdot {}_2C_2}{3!} = 15 \text{ 通り}$$

組みわけの問題に関しては、難しく感じている人が多いですが、今日話した事柄さえ覚えておいてもらえばそれで十分です。

このプリントで組みわけの問題を理解してもらって、普段使っている問題集で問題を解いてみてください。ラクラクと解けるとおもいますよ。

次回は、いよいよ場合の数の最終回。次回は、これまでの6回の中で解説をしきれなかった重要な問題を解説したいと思います。それでは、がんばってください。

河見賢司

高校数学の勉強法

<http://www.hmg-gen.com/>

感想はこちらまでメールをください(何か言ってもらえると嬉しいです)

magdai@hmg-gen.com