

## 2 次関数

- 放物線  $y = x^2 - 4x + 5$  を次の直線または点に関して対称移動したグラフの方程式を求めよ。
  - $x$  軸対称
  - $y$  軸対称
  - 原点对称
  - 直線  $x = 3$  に関して対称
- 放物線  $y = 2x^2 - 4x + 1$  を  $x$  軸方向に  $+2$ 、 $y$  軸方向に  $-1$  だけ平行移動した放物線の方程式を求めよ。
- 関数  $y = ax^2 + bx + c$  のグラフを  $x$  軸方向に  $-2$ 、 $y$  軸方向に  $+2$  だけ平行移動し、さらにそれを  $x$  軸対称移動したところ、関数  $y = 2x^2 + x + 1$  のグラフと一致した。このとき、 $a, b, c$  の値をそれぞれ求めよ。
- 次の条件をみたす 2 次関数の方程式を求めよ。
  - 頂点が点  $(2, 3)$  で点  $(0, 1)$  を通る。
  - 2 点  $(1, -8), (2, -2)$  を通り、 $x$  軸に接する。
  - 頂点の  $x$  座標が  $1$  で、2 点  $(-1, -5), (2, 1)$  を通る。
  - 放物線  $y = 3x^2$  を平行移動したもので頂点が直線  $y = 2x + 1$  上にあり、点  $(1, 3)$  を通る。
  - 3 点  $(1, 4), (3, 6), (-2, 16)$  を通る。
  - 3 点  $(4, 0), (1, 0), (0, -4)$  を通る。
- 2 次関数  $y = x^2 - 12x + a$  のグラフが  $x$  軸から切り取る線分の長さが  $8$  である。このとき定数  $a$  の値を求めよ。

補題 方程式  $\sqrt{6-x} = x$  を解け。

6. 2次方程式  $x^2 + (k+2)x + 3k - 2 = 0$  の実数解の個数を求めよ。
7. 関数  $y = x^2$  の  $-1 \leq x \leq 2$  における最大値と最小値を求めよ。
8. 次の関数に最大値、最小値があればそれを求めよ。
- |                         |                     |                        |                     |
|-------------------------|---------------------|------------------------|---------------------|
| (1) $y = -x + 2$        | $(0 \leq x \leq 2)$ | (2) $y = 2x$           | $(x \leq -1)$       |
| (3) $y = 2x^2 - 8x + 6$ |                     | (4) $y = x^2 - 4x - 3$ | $(0 \leq x \leq 3)$ |
| (5) $y = -x^2 + 2x - 5$ | $(2 \leq x \leq 4)$ | (6) $y = x^2$          | $(-1 \leq x < 2)$   |
9. 関数  $y = \left(x - \frac{3}{4}\right)^2$  の  $\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{6}{5}$  の最大値を求めよ。
10. 関数  $y = (x - 1)^2$  の以下の範囲における最小値を求めよ。
- |                        |                       |                       |
|------------------------|-----------------------|-----------------------|
| (1) $-2 \leq x \leq 0$ | (2) $0 \leq x \leq 2$ | (3) $2 \leq x \leq 4$ |
|------------------------|-----------------------|-----------------------|
11. 関数  $y = x^2 - 2x + 5$  の  $a \leq x \leq a + 1$  における最小値を求めよ。
12. 関数  $y = x^2 - 2x + 5$  の  $a \leq x \leq a + 1$  における最大値を求めよ。
13. 関数  $y = x^2 - 2ax + 1$  の  $0 \leq x \leq 2$  における

(1) 最小値を求めよ。

(2) 最大値を求めよ。

14. 2次関数  $y = x^2 + 2(1+a)x + 3+a$  のグラフが次の条件をみたすように、定数  $a$  の値の範囲を求めよ。

(1)  $x$  軸の正の部分で異なる2点で交わる。

(2)  $x$  軸の正の部分と負の部分で交わる。

15. 下に凸な放物線である。このとき「判・軸・端」の条件式をかけ

(i)  $x > 2$  の部分で  $x$  軸と異なる2点で交わる

(ii)  $x < 3$  と  $x > 3$  の部分の2点で  $x$  軸と交わる

(iii)  $-1 < x < 1$  の部分で異なる2点で  $x$  軸と交わる

16. 上に凸な放物線である。このとき「判・軸・端」の条件式をかけ

(i)  $x < 2$  の部分で  $x$  軸と異なる2点で交わる

(ii)  $x < 1$  と  $x > 1$  の部分の2点で  $x$  軸と交わる

(iii)  $-1 < x < 1$  の部分の異なる2点で  $x$  軸と交わる

17.  $a < b < c$  のとき、2次方程式  $(x-a)(x-c) + (x-b)^2 = 0$  は異なる2つの実数解をもつことを示せ。