

問題

(1) 連立不等式  $\begin{cases} 3x + 2y > 0 \\ xy > 0 \end{cases}$  の表す領域を座標平面上に図示せよ。

(2) 不等式  $2 \log_2(3x + 2y) > 5 + \log_2 xy$  の表す領域を座標平面上に図示せよ。

2008年の新潟大学の文系の過去問です。

【(1)の解説】

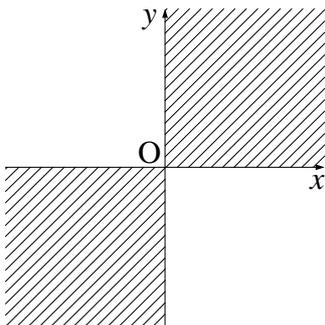
この問題は普通に考えるだけです。

$xy > 0$  ですが、分かりにくいという人がいましたが、難しく考える必要はないですよ。

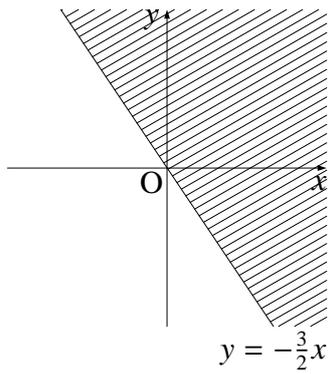
$xy > 0$  とは掛け合わせて正となる場合です。かけあわせて正となるのは両方とも正の場合か、両方とも負の場合です。

ですから、 $xy > 0$  とは  $x > 0$  かつ  $y > 0$  のときか、 $x < 0$  かつ  $y < 0$  のときの2通りが考えられます。

分かると思うけど、この領域を図示すると次のようになります。 $x > 0$  かつ  $y > 0$  は要するに第1象限、 $x < 0$  かつ  $y < 0$  は第3象限です。



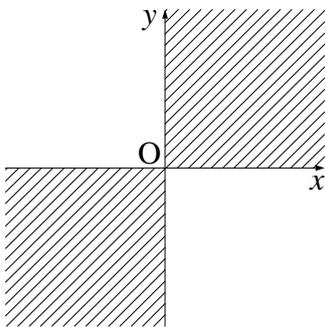
ついでに、 $3x + 2y > 0 \Leftrightarrow y > -\frac{3}{2}x$  も図示しておきます。これは簡単に分かると思います。



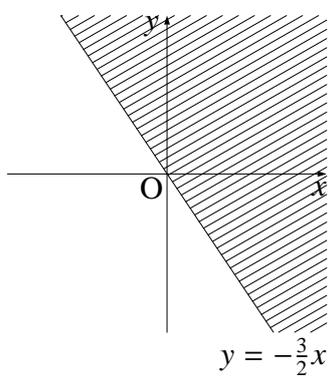
それでは解答に進みます。

**【(1)の解答】**

$xy > 0$  を図示すると

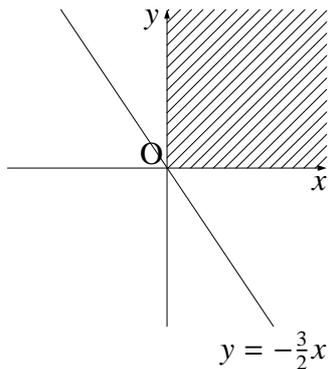


次に、 $3x + 2y > 0 \Leftrightarrow y > -\frac{3}{2}x$  を図示すると



となる。

以上より、求める領域は次ようになる。



境界は含まない。

【(2) の解説】

$2 \log_2(3x+2y) > 5 + \log_2 xy$  を見て、どうするかよく分からないけどとりあえず  $\log$  があつたら考えにくいので  $\log$  を消去する方向で考えます。

$\log$  を消去するには  $\log_2 A = \log_2 B$  となれば  $A = B$  となって  $\log$  を消去できます。ただ、 $\log$  を消去する前に真数条件を忘れないようにしましょう。

今回の真数は  $3x+2y$  と  $xy$  ですが、真数条件より  $3x+2y > 0$  と  $xy > 0$  となります。これは (1) と一致します。後は、ごくごく普通に解いていくだけです、解答に進みます。

【(2) の解答】

$$2 \log_2(3x+2y) > 5 + \log_2 xy$$

真数条件より  $3x+2y > 0, xy > 0 \dots \textcircled{1}$

$$2 \log_2(3x+2y) > 5 + \log_2 xy$$

$$\log_2(3x+2y)^2 > \log_2 2^5 + \log_2 xy$$

$$\log_2(3x+2y)^2 > \log_2 2^5 xy$$

$$(3x+2y)^2 > 2^5 xy$$

$$9x^2 + 12xy + 4y^2 > 32xy$$

$$9x^2 - 20xy + 4y^2 > 0$$

$$(9x-2y)(x-2y) > 0$$

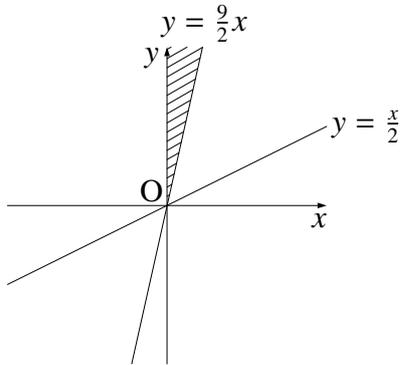
↑ 上記の式変形が分からない人は勉強不足です。  $\log$  の基本的な公式を使っているだけです。分からない人は、教科書などで確認をしておいてください。

$(9x-2y)(x-2y) > 0$  は  $9x-2y > 0$  かつ  $x-2y > 0$  または  $9x-2y < 0$  かつ  $x-2y < 0$  が考

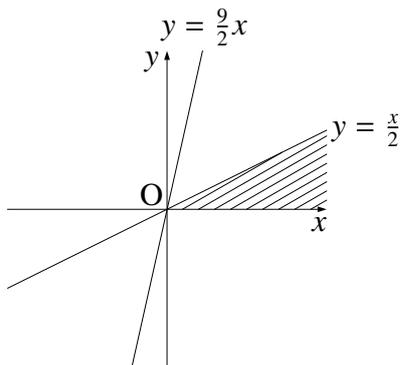
えられる。

↑(1)と同じで、かけて正となるのは両方とも正のときか両方とも負のときの2パターン

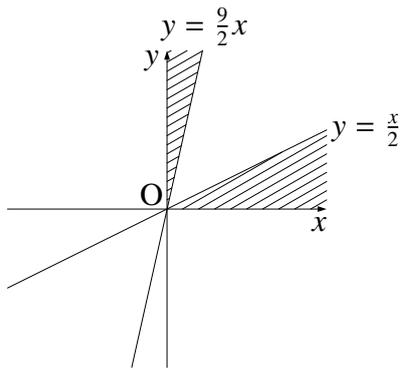
① ◀(1)で求めた範囲、第1象限のことかつ  $9x - 2y < 0 \Leftrightarrow y > \frac{9}{2}x$  かつ  $x - 2y < 0 \Leftrightarrow y > \frac{x}{2}$  を図示する。



次に、① ◀(1)で求めた範囲、第1象限のことかつ  $9x - 2y > 0 \Leftrightarrow y < \frac{9}{2}x$  かつ  $x - 2y > 0 \Leftrightarrow y < \frac{x}{2}$  を図示する。



以上より、求める領域は次のようになる。



ただし、境界は含まない。

これで、今回の添削問題の解説は終わりです。どうだったでしょうか？入試問題としては標準レベル(もしくはやや簡単なレベル)ですが、受験生になっていない人にとっては難しかったかもしれません。しっかりと理解しておいてください。

河見賢司

高校数学の勉強法

<http://www.hmg-gen.com/>

感想はこちらまでメールをください(何か言ってもらえると嬉しいです)

[magdai@hmg-gen.com](mailto:magdai@hmg-gen.com)