

質問内容

2次方程式の判別式のことについてききたいです。

判別式のこととはなんとなくわかりました。でも、なんで $D > 0$ のとき実数解2個と
なったりするんですか？

回答

そうですね。判別式ってなぜこうなるかっていうことは、ほとんどの高校では説明し
てくれませんか。その前にほとんどの人が知っていると思うけど、判別式について一
応まとめておきますね。

判別式

2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の判別式を D とする。ただし $D = b^2 - 4ac$

- (i) $D > 0$ のとき、2次方程式は異なる2つの実数解をもつ
- (ii) $D = 0$ のとき、2次方程式は1つの実数解(重解)をもつ
- (iii) $D < 0$ のとき、2次方程式は実数解をもたない

上記の赤枠はほとんどの人が知っていると思うんですけど、意外になぜそうなるか知ら
ない人が多いんです。でも、これって簡単な理由で理解することができます。

これは、解の公式から考えます。解の公式についてはほとんどの人が知っていると思
います。 $ax^2 + bx + c = 0$ の解は解の公式を使うと $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ です。

上記の解の公式をよく見てほしいけど、判別式の $D = b^2 - 4ac$ は解の公式のルートの中
身じゃない？

ルートっていうのは、例えば \sqrt{a} っていうのは2乗したら a になる数だからルートの中身
は0以上じゃないといけない。だって、2乗したらどんな数も0以上になるからね。

ここから、なぜ $D > 0$ のときは異なる実数解2個、 $D = 0$ のときは実数解1個、 $D < 0$ の
ときは実数解なしということの説明がつくと思います。

$D > 0$ とは、 $b^2 - 4ac > 0$ のときだよ。ルートはルートの中身が正だと存在するので
 $\sqrt{b^2 - 4ac}$ は存在するよね。ということは $b^2 - 4ac > 0$ のとき、 $x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ とい

う解と $x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ という2つの解が存在するんじゃない？だから、 $D > 0$ のときは、 $ax^2 + bx + c = 0$ は異なる2つの実数解をもちます。

次に、 $D = 0$ のときです。 $D = b^2 - 4ac = 0$ を解の公式 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ に代入を試みると、 $x = \frac{-b \pm \sqrt{0}}{2a} = \frac{-b}{2a}$ となるよね。さっきの $D > 0$ のときと違い \pm がなくなったから、このときの解は $x = \frac{-b}{2a}$ のみです。だから、このときの実数解は1つとなります。

最後に $D < 0$ のときです。 $D < 0$ のとき、 $b^2 - 4ac < 0$ なんだけど、このとき $\sqrt{b^2 - 4ac}$ はルートの中身が負になってしまう。ルートの中身が負になってしまうような実数は存在しないんだから、当然 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ も存在しない。よって、 $D < 0$ のとき解は存在しません。

少し紙面では分かりにくかったかもしれませんが、判別式は上記で説明ができました。判別式は、高校生になって最初のほうに勉強してこれまでの中学数学と違うのでとまどう人が多いと思います。

高校数学も中学数学も暗記しないといけないけど、暗記の内容が違って高校数学は中学数学にくらべ理解しながら暗記しないといけません。理解しながら暗記することで他の問題でも応用がきき使えるようになります。理解しながらといっても難しいかもしれませんが、そのあたりのこともこれから問題を通して解説していきたいと思います。

このプリントの感想や疑問点、またこういったところを解説してほしいというところがあればメールください。返事は必ずします。それでは、がんばってください。

河見賢司

目指せ偏差値45から55！高校数学の勉強法

<http://www.hmg-gen.com/>

感想はこちらまでメールをください（何か言ってもらえると嬉しいです）

magdai@hmg-gen.com