

「ルールを覚えれば誰でもできる！あなたの数学の偏差値を70にするプリント」の詳細は以下をクリック！

<https://www.hmg-gen.com/tuusin.html>

「自宅に居ながら1対1の数学の授業が受けられます」の詳細は以下をクリック！

<https://www.hmg-gen.com/tuusin1.html>

質問内容

a, b は正の整数とする。次の連立方程式を解け。

$$\begin{cases} a^2 + 7b^2 = 88 \cdots \textcircled{1} \\ ab = 15 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

この連立方程式ってどういうふうに解きますか？

この問題ですが、教えている高校生から質問があった問題です。その生徒は、この問題を②より $a = \frac{15}{b}$ として、これを①に代入をして解いていました。

連立方程式の解法としては、そういうふうに1文字消去するのが普通なんですけど、これを実際に代入してみると

$$a^2 + 7b^2 = 88$$

$$\left(\frac{15}{b}\right)^2 + 7b^2 = 88 \leftarrow a = \frac{15}{b} \text{ を } \textcircled{1} \text{ に代入した}$$

$$\frac{225}{b^2} + 7b^2 = 88$$

$$7b^4 - 88b^2 + 225 = 0$$

上記のように解いていっても解けないこともないかもしれないけど、ここからものすごく面倒くさい。僕が教えている生徒もここで行き詰っていました。

そこで、何か別の解法はないかな？と考えるんですけど、今回の問題は a, b が正の整数

という条件が与えられているよね。

で、②の $ab = 15$ という条件式を見てほしいんだけど a, b が正の整数ということを考えると $ab = 15$ を満たす (a, b) ってたかだかしれている。正の整数同士をかけあわせて 15 になるってたかだかしれているよね？

連立方程式は①と②を同時に満たしていたらいいんだから、まず②を満たすような (a, b) を求めて、それらの中から①の式を満たすものをひとつずつ探していきます。

こういった解法はなかなか思いつかないかもしれませんが、数学には整数問題という単元があり、その整数問題では(整数) \times (整数)=(整数)の形に式変形をする手法は鉄則です。整数問題については、今後解説したいと思います。まったく知らないという人は、こういった解法もあるんだな程度でいいので、自分で解けるようになっておいてください。それでは、解答に進みます。

【解答】

a, b が整数であることを考え、 $ab = 15$ を満たすのは次の通り

$$(a, b) = (1, 15), (3, 5), (5, 3), (15, 1)$$

↑整数同士かけあわせて 15 となるのは上記の 4 種類。このくらいの数ならすべて代入をして調べても、それほど苦勞しない。

連立方程式は①と②を同時に満たしていないといけない。上記は $ab = 15 \dots$ ②の式を満たしているので、それぞれのペアが①を満たしているか、実際に代入して確認をしていく。

(i) $(a, b) = (1, 15)$ のとき、このとき①を満たしているか確認をする。

$$(\text{左辺}) = 1^2 + 7 \cdot 15^2 = 1576 \neq (\text{右辺}) \text{ より不成立。よって不適}$$

(ii) $(a, b) = (3, 5)$ のとき、このとき①を満たしているか確認をする。

$$(\text{左辺}) = 3^2 + 7 \cdot 5^2 = 184 \neq (\text{右辺}) \text{ より不成立。よって不適}$$

(iii) $(a, b) = (5, 3)$ のとき、このとき①を満たしているか確認をする。

$$(\text{左辺}) = 5^2 + 7 \cdot 3^2 = 88 = (\text{右辺}) \text{ より成立。これは解となる。}$$

(iv) $(a, b) = (15, 1)$ のとき、このとき①を満たしているか確認をする。

(左辺) = $15^2 + 7 \cdot 1^2 = 232 \neq$ (右辺) より不成立。よって不適

以上より、連立方程式の解は $(a, b) = (5, 3)$ ◀ **これが答え**

今回の問題は「こんな解き方知らないよ」と感じた人も多いと思います。でも、今回使った手法は整数問題では本当に頻出なんです。整数問題はひよっとしたら言葉すら知らないという人もいるかもしれませんが、大学受験、特に難関大学では頻出で、高校数学で一番難しい単元とされています。

整数問題は、そのくらい重要なんですけど適当にしか理解していない人が多いんです。整数問題については、また後ほど解説したいと思いますが、整数問題に興味を持ったという人は参考書などを使って自分で勉強しておいてください。それでは、がんばってください。

数学って難しいですよ。でも、数学って「このときはこうする」というルールがあってそれをひとつずつ覚えていけば誰でもできるようになります。

「今までの苦勞はなんだったの？」と思えるほど、簡単にできるようになりますよ。

「4浪しているのにセンター6割」

→ 「わずか入会8か月後に島根大学医学部医学科に合格！」

本人いわく「悲惨な成績」で限りなく学年で下位

→ 「ぐんぐん成績をあげて筑波大学理工学群現役合格！」

「問題が少し難しくなるととたんに解けなくなる」

→ 「解き方のルールを覚えて難問も解けるようになり東北大学歯学部合格！」

多くの受験生が数学の成績をあげた秘訣を紹介します。

以下の無料メルマガの登録をしてください。無料ですし、いつでも解除できるので登録しないと損ですよ。以下の枠をクリックしてください。

ルールが分かれば誰でもできる！
あなたの数学の偏差値を70にするメルマガ

ラインでも配信しています。ラインの方は以下よりお願いします。

ラインで登録する！

ツイッターやっています
<https://twitter.com/hmggen>

高校数学の勉強法
<https://www.hmg-gen.com/>

医学部数学の勉強法
<https://www.ouen-math.com/>

感想はこちらまでメールをください（何か言ってもらえると嬉しいです）
magdai@hmg-gen.com

河見賢司