

質問内容

以下のような確率の問題です。

A君とB君がゲームをする。A君の勝つ確率は $\frac{1}{3}$ 、B君の勝つ確率は $\frac{2}{3}$ で引き分けはないものとする。

5試合ゲームをしたときA君が3勝2敗である確率を求めよ

といったような問題で、解答が ${}_5C_3 \left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{2}{3}\right)^2$ となるということ自体は分かりますが、これってどういうふうに考えているのですか？これまで、何か解き方を覚えて解いていました。

【回答】

そうですね、確かに解ける人は多いですがなぜこうなるか意味を教えてくれる学校は少ないです。僕も、高校生のときは解き方を覚えて解いていました。

これって意外に簡単に理解できますよ。上記の問題では少し場合分けが多くなるので次のような簡単な問題で解説をしたいと思います。

問題

A君とB君がゲームをする。A君の勝つ確率は $\frac{1}{3}$ 、B君の勝つ確率は $\frac{2}{3}$ で引き分けはないものとする。

3試合ゲームをしたときA君が2勝1敗である確率を求めよ

【解説】

3試合して、A君が2勝1敗となる場合は次の3通りが考えられるよね。

○ ○ × (⇐ 1, 2試合目にAが勝って、3試合目にBが勝つ)

上記のような場合の確率は $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \frac{2}{3}$ となります。

次に

○ × ○ (⇐ 1, 3試合目にAが勝って、2試合目にBが勝つ)

このときの確率は $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \frac{2}{3}$ となります。

最後に

× ○ ○ (⇐ 2, 3 試合目に A が勝って、1 試合目に B が勝つ)

このときの確率は  $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \frac{2}{3}$  となります。

このことで何を言いたいかと言えば、A 君の 2 勝 1 敗であればすべての場合において起こる確率は  $\left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \frac{2}{3}$  です。

確率で場合分けのときは足し算で計算をしていくのが基本です。

今回は ○ ○ × の場合、○ × ○ の場合、× ○ ○ の場合の確率をそれぞれ足し合わせていきますが、全ての場合において確率が  $\left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \frac{2}{3}$  なので、これらを 3 回足し合わせるの  
で求める確率は  $3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \frac{2}{3}$  となります。

この問題を公式のように解いて、 ${}_3C_2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \frac{2}{3}$  のように解いている人がいると最初に話  
しましたが、これで分かってもらったと思いますが最初の  ${}_3C_2$  というのは ○ 2 つと × 1  
つを 1 列に並べる時の場合の数のことです。

質問の問題に戻ります。

問題

A 君と B 君がゲームをする。A 君の勝つ確率は  $\frac{1}{3}$ 、B 君の勝つ確率は  $\frac{2}{3}$  で引き分  
けはないものとする。

5 試合ゲームをしたとき A 君が 3 勝 2 敗である確率を求めよ

この問題の答えは  ${}_5C_2 \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2$  です。この  ${}_5C_2$  というのは当然 ○ 3 つと × 2 つを 1 列  
にならべた時の場合の数です。

○ 3 つと × 2 つを 1 列にならべた時の場合の数は、 $\frac{5!}{3!2!}$  と思っている人もいますと思  
います。計算してもらえば分かると思いますが  ${}_5C_2 = \frac{5!}{3!2!}$  です。

これはどちらで計算をしてもらってもいいですが、僕の場合 1 列に並べるときは  $\frac{5!}{3!2!}$   
の方が慣れているのでこちらを使うようにしています。また今回は ○ か × の 2 種類だっ  
たので組み合わせの計算法でも考えることができましたが、例えば勝ち負け引き分けの

3種類あるときの計算は組み合わせの解き方では場合の数を求めることができないので、分数で求めるしかありません。いちいち区別するのは面倒なので僕の場合、分数で計算をするようにしています。

では、これまでの復習として次の問題を解いてください。

問題

A君とB君がゲームをする。A君の勝つ確率は $\frac{1}{5}$ 、B君の勝つ確率は $\frac{2}{5}$ で引き分けとなる確率は $\frac{2}{5}$ である。

6試合ゲームをしたときA君の1勝2敗3引き分けである確率を求めよ

先ほどのことを理解しておけば簡単だと思います。

A君の勝ちを○、A君の負けを×、引き分けを△とします。1勝2敗3引き分けのときは○1つ、×2つ、△3つを1列に並べるときの場合の数は $\frac{6!}{1!2!3!}$ となります。

【解答】

$$\frac{6!}{1!2!3!} \left(\frac{1}{5}\right)^1 \left(\frac{2}{5}\right)^2 \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{384}{3125}$$

今回の解説プリントはこれで終わりです。知っている人もいたとは思いますが、普段高校生に数学を教えていて理解できていない人が多いので話をしました。プリントを読んでもらえば分かると思いますが、ごくごく簡単な内容なのでしっかりと理解しておいてください。

河見賢司

目指せ偏差値45から55! 高校数学の勉強法

<http://www.hmg-gen.com/>

感想はこちらまでメールをください(何か言ってもらえると嬉しいです)

magdai@hmg-gen.com