

質問内容

集合の公式

$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$
ってどうして成立するのですか？

【回答】

そうですね。確かにいきなり書かれても意味が分からないですよね。でも、これってベン図をかいて考えると少し面倒ですけど、導くことができます。

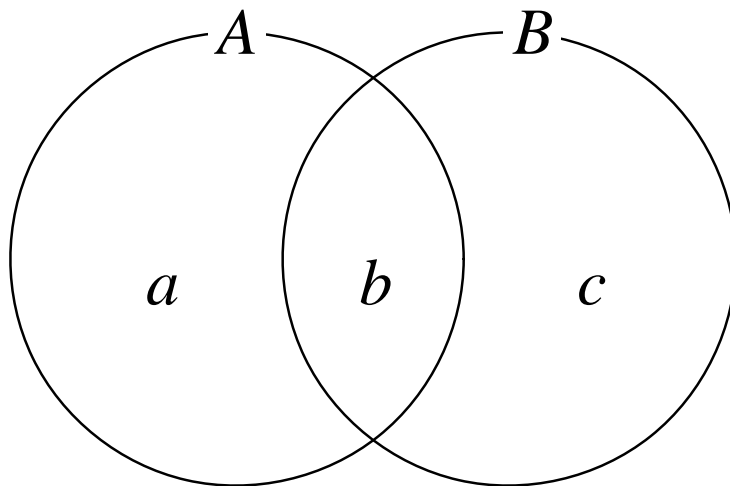
いきなり3つは難しいので、まずは2つの方の公式を導いてから3つの方の公式を導くことにします。

集合の公式

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

【公式の確認】

この公式って難しく感じるかもしれませんが、実は簡単ですよ。



上記のような図で考えてみると、 $n(A \cup B) = a + b + c$

また、 $n(A) = a + b$, $n(B) = b + c$, $n(A \cap B) = b$ となります。

それぞれ代入をすると

$$n(A) + n(B) - n(A \cap B) = (a + b) + (b + c) - b = a + b + c \text{ となり}$$

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ であることが確認できました。

上記のようにしっかりと考えてもいいんだけど、 $n(A) + n(B)$ だけだったら、ダブった部分 ($n(A \cap B)$ のこと) を 2 回足しちゃうことになるよね、1 回しか足したらダメなんだから当然 1 回引かないとダメです。こんなふうに軽く覚えたらいいと思いますよ。

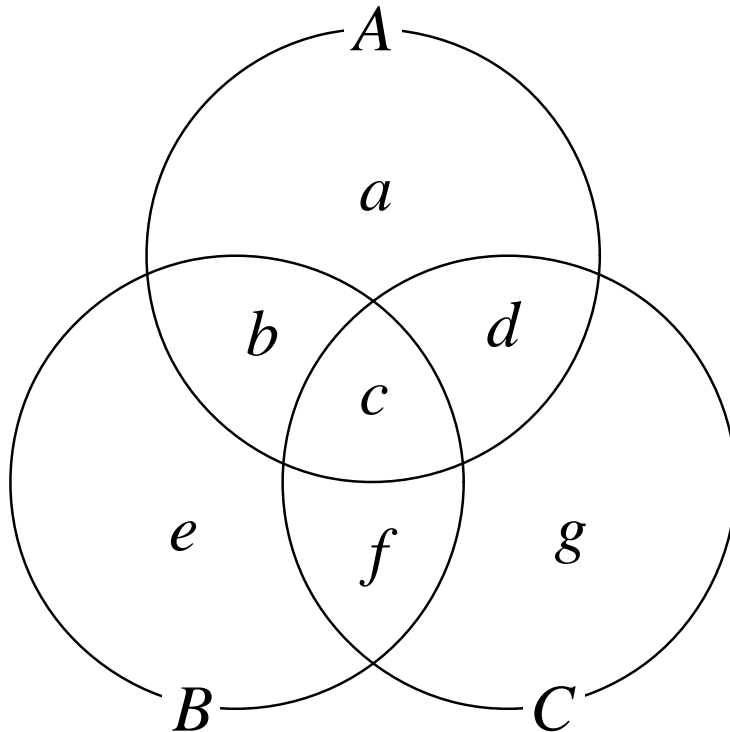
それでは、今回の本題である 3 個の集合の公式を次ページに今回の公式と同じように確認をしていきます。

集合の公式

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$$

【公式の確認】

これもさっきの公式と同じように導いてみます。



上図より

$$n(A \cup B \cup C) = a + b + c + d + e + f + g$$

また

$$n(A) = a + b + c + d, n(B) = b + c + e + f, n(C) = c + d + f + g$$

$$n(A \cap B) = b + c, n(B \cap C) = c + f, n(C \cap A) = c + d$$

$$n(A \cap B \cap C) = c \text{ となる。}$$

上記をそれぞれ代入すると

$$n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$$

$$= (a + b + c + d) + (b + c + e + f) + (c + d + f + g) - (b + c) - (c + f) - (c + d) + c$$

$$= a + b + c + d + e + f + g$$

これで、 $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$ の証明ができました。これもさっきの2つの集合の公式と同じく適当に考えたら、かぶった部分は引くんだけど $n(A \cap B \cap C)$ の部分は引きすぎるので1回足します。

少し適当な表現だけどころいうふうに覚えたらいいと思いますよ。

この公式自体はいろいろなところ出てくるので、しっかりと暗記するようにしておいてください。それでは、がんばってください。

河見賢司

目指せ偏差値45から55！高校数学の勉強法

<http://www.hmg-gen.com/>

感想はこちらまでメールをください（何か言ってもらえると嬉しいです）

magdai@hmg-gen.com