

「ルールを覚えれば誰でもできる！あなたの数学の偏差値を70にするプリント」の詳細は以下をクリック！

<https://www.hmg-gen.com/tuusin.html>

「自宅に居ながら1対1の数学の授業が受けられます」の詳細は以下をクリック！

<https://www.hmg-gen.com/tuusin1.html>

#### 質問内容

$(a+b+c)^6$  の  $a^3b^2c$  の係数を求めよ、という問題を予備校で勉強しました。解き方がよく分からなかったので、質問に行きましたが、「公式にあてはめるだけだよ」と言われました。あてはめたら解くことはできましたが、なんとなく納得できません。何かいい方法はないですか？

#### 回答

そうですね。これは、2項定理でも解くことができますよ。ただ、一応公式を使った解法でも解いてみます。

#### 多項定理

$(a+b+c+\dots)^n$  を展開したとき、 $a^p b^q c^r \dots (p+q+r+\dots=n)$  の係数は  $\frac{n!}{p!q!r!\dots}$  となる。

上記のようにしましたが、受験で出題されるのは3項ということがほとんどです。上の公式にあてはめれば分かると思いますが、3項のときは、 $(a+b+c)^n$  を展開したとき、 $a^p b^q c^r (p+q+r=n)$  の係数は、 $\frac{n!}{p!q!r!}$  となります。

それでは、この公式を使って、 $(a+b+c)^6$  の  $a^3b^2c$  の係数を求めたいと思います。

#### 【解答】

$(a+b+c)^6$  の  $a^3b^2c$  の係数は、

$$\frac{6!}{3!2!1!}$$

$$= \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{2}$$

=60 ◀ **これが答え**

上記のように公式を代入したら簡単に解けるけど、なんとなく納得しないよね？実は、これは2項定理で解くことができるんです。

$a+b+c$ は3項だから2項定理が使えないんだよね？でも、 $a+b+c = (a+b)+c$ とすると2項定理を使える形になるんじゃない？

分からない人は $a+b = A$ とでも、置き換えるといいと思います。そうすると $a+b+c = A+c$ となるので、これで2項定理が使える形になったよね？では、これを使って解いていきます。

$(A+c)^6$ で式変形をした時の $a^3b^2c$ の係数を求めなさいという問題なんですけど、 $A = a+b$ と $A$ には $c$ が含まれていないので $c$ の指数には影響しません。ということは、 $a^3b^2c$ を展開したときの $c$ の次数が1であるので、 $(A+c)^6$ を展開したとき $c^1$ を含む式は ${}_6C_1A^5c^1$ となります。

後は、 $a^3b^2c$ の係数を求めたいんだから $A^5 = (a+b)^5$ を展開したときの $a^3b^2$ の係数を求めればOKです。ちなみに $(a+b)^5$ を展開したときの $a^3b^2$ の係数は ${}_5C_2 = 10$ です。

これらをあわせて $(a+b+c)^6$ を展開したときの $a^3b^2c$ の係数は $6 \cdot 10 = 60$ となります。

### 【解答】

$a+b = A$ とする。

$$(a+b+c)^6 = (A+c)^6$$

これを展開したとき $c$ の次数が1となる項は ${}_6C_1A^5c = 6A^5c = 6(a+b)^5c$

また、 $(a+b)^5$ を展開したときの、 $a^3b^2$ の係数は ${}_5C_2 = 10$ となる。

よって、 $(a+b+c)^6$ を展開したときの、 $a^3b^2c$ の係数は $6 \cdot 10 = 60$ となる。

今回の問題は、公式を使ったほうが早く解けると思います。ただ、問題によっては解き方を指定している(穴埋め問題など)ことがあるので、両方の解き方を覚えておいた方がいいと思います。それでは、がんばってください。

---

数学って難しいですね。でも、数学って「このときはこうする」というルールがあってそれをひとつずつ覚えていけば誰でもできるようになります。

「今までの苦労はなんだったの？」と思えるほど、簡単にできるようになりますよ。

「4浪しているのにセンター6割」

→「わずか入会8か月後に島根大学医学部医学科に合格!」

本人いわく「悲惨な成績」で限りなく学年で下位

→「ぐんぐん成績をあげて筑波大学理工学群現役合格!」

「問題が少し難しくなるととたんに解けなくなる」

→「解き方のルールを覚えて難問も解けるようになり東北大学歯学部合格!」

多くの受験生が数学の成績をあげた秘訣を紹介します。

以下の無料メルマガの登録をしてください。無料ですし、いつでも解除できるので登録しないと損ですよ。以下の枠をクリックしてください。

ルールが分かれば誰でもできる！  
あなたの数学の偏差値を70にするメルマガ

ラインでも配信しています。ラインの方は以下よりお願いします。

ラインで登録する！

ツイッターやっています

<https://twitter.com/hmggen>

高校数学の勉強法

<https://www.hmg-gen.com/>

医学部数学の勉強法

<https://www.ouen-math.com/>

感想はこちらまでメールをください（何か言ってもらえると嬉しいです）

[magdai@hmg-gen.com](mailto:magdai@hmg-gen.com)

河見賢司