

「ルールを覚えれば誰でもできる！あなたの数学の偏差値を70にするプリント」の詳細は以下をクリック！

<https://www.hmg-gen.com/tuusin.html>

「自宅に居ながら1対1の数学の授業が受けられます」の詳細は以下をクリック！

<https://www.hmg-gen.com/tuusin1.html>

高校3年生Hさんからの質問です。

質問内容

絶対値の話です。今までなにげなく使っていましたがなぜ $|AB| = |A||B|$ が成立するのか分かりません。教えてください。

回答

そうですね。絶対値の公式は簡単に導くことができますよ。まずは、絶対値の公式については次の3つを覚えておいてください。

絶対値の公式

$$\begin{aligned} |A|^2 &= A^2 \\ |AB| &= |A||B| \\ |-A| &= |A| \end{aligned}$$

まずは一つ目の $|A|^2 = A^2$ について、説明します。絶対値の外し方は知っていると思うけど一応書いておきます。

絶対値の外し方

$$|A| = \begin{cases} A & (A \geq 0) \\ -A & (A < 0) \end{cases}$$

↑絶対値の中身が正のときはそのまま絶対値を外し、絶対値の中身が負のときは、絶対値を外すときにマイナスをつける。

$|A| = \pm A$ なのだから、当然 $|A|^2 = (\pm A)^2 = A^2$ で、一つ目の $|A|^2 = A^2$ は成立します。

次に二つめの $|AB| = |A||B|$ を示します。一応厳密に証明してみますね。絶対値は絶対値の中身によって場合分けをするんだから、今回は次の4通りあります。

(i) $A \geq 0, B \geq 0$ (ii) $A \geq 0, B < 0$ (iii) $A < 0, B \geq 0$ (iv) $A < 0, B < 0$

(i) $A \geq 0, B \geq 0$ のとき

$$\begin{aligned} \text{(左辺)} &= |AB| & \text{(右辺)} &= |A||B| \\ &= AB \triangleleft AB \geq 0 \text{ より} & &= AB \triangleleft A \geq 0, B \geq 0 \text{ より} \\ & & &= \text{(右辺)} // \end{aligned}$$

(ii) $A \geq 0, B < 0$ のとき

$$\begin{aligned} \text{(左辺)} &= |AB| & \text{(右辺)} &= |A||B| \\ &= -AB \triangleleft AB \leq 0 \text{ より} & &= A(-B) \triangleleft A \geq 0, B < 0 \text{ より} \\ & & &= -AB = \text{(右辺)} // \end{aligned}$$

(iii) $A < 0, B \geq 0$ のとき

$$\begin{aligned} \text{(左辺)} &= |AB| & \text{(右辺)} &= |A||B| \\ &= -AB \triangleleft AB \leq 0 \text{ より} & &= (-A)B \triangleleft A < 0, B \geq 0 \text{ より} \\ & & &= -AB = \text{(右辺)} // \end{aligned}$$

(iv) $A < 0, B < 0$ のとき

$$\begin{aligned} \text{(左辺)} &= |AB| & \text{(右辺)} &= |A||B| \\ &= AB \triangleleft AB \geq 0 \text{ より} & &= (-A)(-B) \triangleleft A < 0, B < 0 \text{ より} \\ & & &= AB = \text{(右辺)} // \end{aligned}$$

今回は、証明するためわざわざ4通りしましたが、こんなのすぐに分かるよね。今回は、 $|AB| = |A||B|$ が分からないとのことですが、これなんかはあっていることの確認だけだったら例えば $A = -1, B = -1$ なんかを代入したら、すぐに $|AB| = |A||B|$ が成立していることを確認できると思います。

この作業って意外に重要なんですが、公式がうろ覚えのときは簡単な数字を代入して公式が確かに成立していることを自分で確認して解いていきます。

本来なら、公式はしっかりと暗記しておかないといけないんですが、出題頻度が高くない場合は忘れていくとか、うろ覚え(なんとなく公式を覚えていて、それが正確な形が分からない。もしかしたら間違っていて覚えているかもしれない)場合がでてくる

と思います。そういった場合は、簡単な数字を代入して、そのうろ覚えな公式が
あるかどうか確認してください。

当たり前なのですが、計算結果が間違っている場合その公式は間違っ
て暗記してしまっています。

簡単な数字を代入して確かめてみると、うろ覚えの公式なんかでも、
自分でその公式があるかどうか確認しながら進めることができるので、
実際の試験会場でも安心して進めることができますよね。

では、最後の公式に進みます。最後の公式 $|-A| = |A|$ です。これは簡単
ですよね。先ほどの公式 $|AB| = |A||B|$ を使うだけです。一応示しておきます。

$$\begin{aligned} |-A| &= |-1 \times A| \quad \leftarrow -A = -1 \times A \text{ より} \\ &= |-1| |A| \quad \leftarrow |AB| = |A||B| \text{ の公式より} \\ &= |A| \quad \leftarrow |-1| = 1 \text{ より、公式が導けた！} \end{aligned}$$

簡単な公式でもなんでなりたっているのか分からない場合ありますよね。
そんなとき、ちゃんと証明するのがもちろん理想なのですが、面倒な場合
先ほど説明したように簡単な数字を代入してそれが確かになる立つ
ということを自分で確認してみてください。それだけでだ
いぶ腑に落ちると思いますよ。

それではがんばってください。

数学って難しいですよね。でも、数学って「このときはこうする」という
ルールがあってそれをひとつずつ覚えていけば誰でもできるようになります。

「今までの苦労はなんだったの？」と思えるほど、簡単にできるようになりますよ。

「4浪しているのにセンター6割」

→ 「わずか入会8か月後に島根大学医学部医学科に合格！」

本人いわく「悲惨な成績」で限りなく学年で下位

→ 「ぐんぐん成績をあげて筑波大学理工学群現役合格！」

「問題が少し難しくなるととたんに解けなくなる」

→「解き方のルールを覚えて難問も解けるようになり東北大学歯学部合格!」

多くの受験生が数学の成績をあげた秘訣を紹介します。

以下の無料メルマガの登録をしてください。無料ですし、いつでも解除できるので登録しないと損ですよ。以下の枠をクリックしてください。

ルールが分かれば誰でもできる！
あなたの数学の偏差値を70にするメルマガ

ラインでも配信しています。ラインの方は以下よりお願いします。

ラインで登録する！

ツイッターやっています
<https://twitter.com/hmggen>

高校数学の勉強法
<https://www.hmg-gen.com/>

医学部数学の勉強法
<https://www.ouen-math.com/>

感想はこちらまでメールをください（何か言ってもらえると嬉しいです）
magdai@hmg-gen.com

河見賢司