

「ルールを覚えれば誰でもできる！あなたの数学の偏差値を70にするプリント」の詳細は以下をクリック！

<https://www.hmg-gen.com/tuusin.html>

「自宅に居ながら1対1の数学の授業が受けられます」の詳細は以下をクリック！

<https://www.hmg-gen.com/tuusin1.html>

教えている高校1年生の生徒から授業中に質問された内容です。

質問内容

$$\begin{cases} x^2 + xy + 1 = 0 \cdots \textcircled{1} \\ x^2 + x + y = 0 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

上記の方程式なんですけど、連立方程式の解法ってどちらかの1文字を消去して片方だけの文字にして解いていくのが基本ですよ。

私は、②の式を変形して $y = -x^2 - x$ を①に代入して解いていったのですが、問題集の解答は違う方法でしていました。

①-②をしているんですけど、なぜこうしているか分かりません。教えてください。

回答

確かにこの解法って思いつかないですよ。

別に②を変形をした $y = -x^2 - x$ を①に代入する方法でも解くことができますよ。

でも、この解法だと①が $x^2 + x(x^2 - x) + 1 = 0$ ってなるけど、これは3次式だよ。

3次式の方程式は、組立除法を使って解いていかないとダメだから、少し面倒なんです。といっても、3次方程式くらいはしょっちゅう出てくるのでこの解法を使ってもらってもいいのですが…(3次方程式は数学Ⅱで勉強する内容です)

これまでの連立方程式は、1文字消去して解いていくことが基本だったと思います。こ

これは、「数学は、変数が多ければとにかく考えにくい」という考えから来ています。

これと同じように覚えておいてほしいんですが、「数学は、次数が高いほど考えにくい」という考えもあります。

次数が高いほど考えにくいんだから、とにかく次数が低くなる方向にもっていきます。次数を低くする方向にもっていくと、なぜだか知らないけどうまくいくことが多いです。

今回は①－②をするんですが、この理由は、そう式変形をすると次数の高い x^2 が消えてくれるよね。だから、①－②をただけです。

この連立方程式の解法はあまり出てくるわけではありませんが、「共通解」に関する問題ではこの手法で解くことが多いです。ですが、それよりも今回覚えてほしいことは、「次数が高ければ考えにくいので、とにかく次数を低くするように式変形をする」です。

次数を低くする方向に式変形をすれば、考えやすくなったり、うまく打ち消しあってくれたり、うまい具合に問題ができていることが多く、問題を解くことができます。

次数を低くしてもうまくいかない（他の手法で解いていく）場合もちろんありますが、次数を低くしてから考える場合が圧倒的に多いです。では、問題に戻ります。

【解答】

$$\begin{cases} x^2 + xy + 1 = 0 \cdots \textcircled{1} \\ x^2 + x + y = 0 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①－②より

$$xy - x + 1 - y = 0$$

$$x(y - 1) - (y - 1) = 0 \quad \leftarrow \text{共通因数 } (y - 1) \text{ ができた}$$

$$(x - 1)(y - 1) = 0 \quad \leftarrow \text{因数分解をした}$$

よって、 $x - 1 = 0$ または $y - 1 = 0$ \Leftarrow かけて0となるのは、どちらか一方が0

$x - 1 = 0$ つまり $x = 1$ のとき、②に $x = 1$ を代入すると $1 + 1 + y = 0$ より $y = -2$

$y - 1 = 0$ つまり $y = 1$ のとき、①に $y = 1$ を代入すると $x^2 + x + 1 = 0$ となるが、これを満たす実数 x は存在しない。 $D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = -3 < 0$ より実数解なし

以上より、連立方程式の解は $(x, y) = (1, -2)$

今日説明したかった内容は、高校数学では次数が高いほど考えにくい、次数が高いときは低くもっていくことが多いということです。これ、ホントに重要なんですが、意外に理解できていない人が多いです。しっかりと覚えておいてください。

数学って難しいですね。でも、数学って「このときはこうする」というルールがあってそれをひとつずつ覚えていけば誰でもできるようになります。

「今までの苦勞はなんだったの？」と思えるほど、簡単にできるようになりますよ。

「4浪しているのにセンター6割」

→ 「わずか入会8か月後に島根大学医学部医学科に合格！」

本人いわく「悲惨な成績」で限りなく学年で下位

→ 「ぐんぐん成績をあげて筑波大学理工学群現役合格！」

「問題が少し難しくなるととたんに解けなくなる」

→ 「解き方のルールを覚えて難問も解けるようになり東北大学歯学部合格！」

多くの受験生が数学の成績をあげた秘訣を紹介します。

以下の無料メルマガの登録をしてください。無料ですし、いつでも解除できるので登録しないと損ですよ。以下の枠をクリックしてください。

ルールが分かれば誰でもできる！
あなたの数学の偏差値を70にするメルマガ

ラインでも配信しています。ラインの方は以下よりお願いします。

ラインで登録する！

ツイッターやっています
<https://twitter.com/hmggen>

高校数学の勉強法
<https://www.hmg-gen.com/>

医学部数学の勉強法
<https://www.ouen-math.com/>

感想はこちらまでメールをください（何か言ってもらえると嬉しいです）
magdai@hmg-gen.com

河見賢司