

高校2年生 K君からの質問です。

質問内容

以下のような問題を解いていました。確かに答えを見ればわかるのですが、どうやったら思いつけるようになりますか？自分一人では、思いつけるようになりそうにないんですけど…

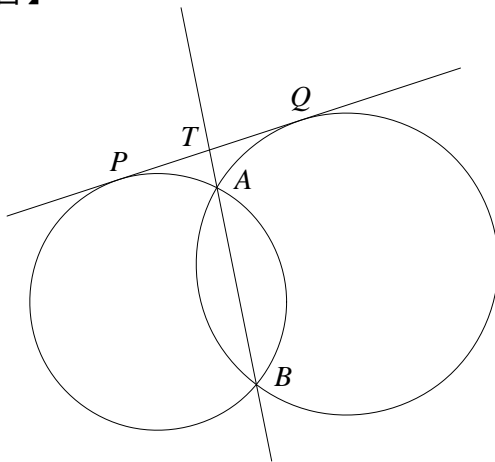
【問題】

2つの円が交わり、その2交点を A, B とする。また、2円の共通接線の接点を P, Q とする。このとき、直線 AB は線分 PQ を2等分することを示せ。

回答

まずは、解答を書いておきますね。

【解答】



図のように直線 AB と直線 PQ の交点を T とする。

左側の円で方べきの定理より

$$PT^2 = TA \cdot TB \dots \textcircled{1}$$

右側の円で方べきの定理より

$$TQ^2 = TA \cdot TB \dots \textcircled{2}$$

①, ② より $PT^2 = TQ^2$ ◀ 右辺が $TA \cdot TB$ と両式とも等しいから

PT, TQ は線分の長さなので当然 $PT > 0, TQ > 0$ が言える。

よって、 $PT = TA$ が成立する。以上より、直線 AB は線分 PQ を 2 等分する。

K 君の言うように解答を見れば、「なんだ、簡単だ」と思いますよね。でも、思いつかない… どうしたらいいんだろう？となりますが、簡単に考え方を説明しておきます。

どうやって解いてくんだろう？と思いますが、今回は円と直線が交わっていて 2 等分することを示せ。という問題なんだけど、2 等分することを示すには長さが等しいことが言えたら証明終了だよ。

そこで、円と直線が交わっていて、長さに関する公式なにかなかったかな？と考えます。

そうなるよ、もう方べきの定理くらいしかないよね？

気づける人は、すぐに気づけるけど、方べきの定理は円と直線が交わっているときに使う定理だよ。逆から言えば、円と直線が交わっていれば方べきの定理を使えるのでは？と考えるようにしてください。

円と直線が交わっていたり、接していたりするとき角度に関する公式は (公式だけでなく、そういった問題が出てきたら使う定理や公式は)、接弦定理や円周角、中心角の性質があります。

今回の問題は、円と直線が交わっていて、しかも 2 等分する (2 等分するとは、線分の長さが等しければよい。つまりは長さを聞かれている) これって使える公式は方べきの定理しかないんだ。

使える公式は、方べきの定理しかないんだから「どうやったら方べきの定理を使えるんだろう」と考えれば、今回の問題も解けないことはないと思います。

数学には、いろいろな公式や定理がありますが、その公式をただ覚えるのではなく、どんなときに使えるかひとつずつ覚えていくことが重要です。がんばってください。

河見賢司

目指せ偏差値 45 から 55 ! 高校数学の勉強法

<http://www.hmg-gen.com/>

感想はこちらまでメールをください(何か言ってもらえると嬉しいです)
magdai@hmg-gen.com