

「ルールを覚えれば誰でもできる！あなたの数学の偏差値を70にするプリント」の詳細は以下をクリック！

<https://www.hmg-gen.com/tuusin.html>

「自宅に居ながら1対1の数学の授業が受けられます」の詳細は以下をクリック！

<https://www.hmg-gen.com/tuusin1.html>

質問内容

箱の中に赤い玉が五個、青い玉が三個、黄の玉が七個ある。

1:三個の玉を取り出したとき すべて違う色である確率

2:四個の玉を取り出したとき、赤い玉がほかのどの玉よりも多い確率

この問題が分からないです。教えてください。

【(1) の解説】

確率 $P(A) \leftarrow (A \text{ が起こる確率})$ は $P(A) = \frac{A \text{ が起こる場合の数}}{\text{起こりうるすべての場合の数}}$ を求めればいいわけです。

この問題での、起こりうるすべての場合の数は15個の玉の中から4個をとりだすので ${}_{15}C_4$ です。

そして、全てが違う色の場合の数は、赤1個、青1個、黄1個を取り出す時です。

赤1個とりだす場合の数は、赤5個の中から1個を取り出すので ${}_5C_1$ となり、青1個取り出す場合の数は、青3個の中から1個を取り出すので ${}_3C_1$ となり、黄1個を取り出す場合の数は黄7個の中から1個を取り出すので ${}_7C_1$ となります。これらを互いにかけてらよいので、赤1個、青1個、黄1個をとりだす場合の数は ${}_5C_1 \cdot {}_3C_1 \cdot {}_7C_1$ になります。

このことより、(1) で求める確率は $\frac{{}_5C_1 \cdot {}_3C_1 \cdot {}_7C_1}{{}_{15}C_4}$ となります。

(1) の答えは $\frac{{}_5C_1 \cdot {}_3C_1 \cdot {}_7C_1}{{}_{15}C_3}$ を計算して $\frac{35}{182}$ となります。

続いて (2) の問題です。(2) は赤い玉が他のどの玉よりも多い確率を求める訳ですが、赤い玉が他のどの玉よりも多くなるのは次の 3 パターンが考えられます。

① 赤 2 個、青 1 個、黄 1 個

② 赤 3 個、赤以外 1 個

↑ 赤 3 個、青 1 個の場合と赤 3 個、黄 1 個の場合を同時に考えた。もちろんこの 2 つを場合分けして計算してもらってもいいが、こっちの方が計算がラクになります。

③ 赤 4 個の場合

確率で場合分けは足し算なので、それぞれの起こる確率を出してもらってそれらを足してもらえば答えが求まります。

まずは①の赤 2 個、青 1 個、黄 1 個となる確率です。15 個の中から 4 個とりだすので分母は ${}_{15}C_4$ です。

分子は赤は 5 個の中から 2 個とりだすので ${}_5C_2$ 、青は 3 個の中から 1 個とりだすので ${}_3C_1$ 、黄は 7 個の中から 1 個とりだすので ${}_7C_1$ となります。

このことより、①となる確率は $\frac{{}_5C_2 \cdot {}_3C_1 \cdot {}_7C_1}{{}_{15}C_4}$ となります。

②も①と同じように考えられて、分母は ${}_{15}C_4$ です。分子は赤 3 個、それ以外 1 個の場合の数なので、赤 5 個から 3 個とりだす場合の数は ${}_5C_3$ となり、赤以外はあわせて 10 個あるので、その中から 1 個とりだす場合の数は ${}_{10}C_1$ です。

このことより②となる確率は $\frac{{}_5C_3 \cdot {}_{10}C_1}{{}_{15}C_4}$ となります。

最後に③の確立です。これもこれまでと同じように求めていきます。分母は ${}_{15}C_4$ となり分子は赤 5 個の中から 4 個をとりだす場合の数なので ${}_5C_4$ となり、このことより③の確率は $\frac{{}_5C_4}{{}_{15}C_4}$ となります。

後は、それらを足し合わせたらいだけなんですけど、計算に少しだけ工夫がいらいます。工夫っていうほどのもんじゃないかもしれないけど、 ${}_{15}C_4 = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 15 \cdot 7 \cdot 13$

ここで止めておいて $15 \cdot 7 \cdot 13$ の計算をしません。

約分する可能性があるので掛け算の計算をするよりこの状態で止めておいた方が考えやすいです。「常識だよ」と思う人もいるかもしれないけど、意外に知らない人が多いので一応書いておきました。もし、知らない人は覚えておいてください。それでは、解答に進みます。

【(2) の解答】

4個の玉を取り出した時、赤の玉が他のどの玉より多くなるのは次の3通り

- (i) 赤2個、青1個、黄1個の場合
- (ii) 赤3個、赤以外1個の場合
- (iii) 赤4個の場合

以上より求める確率は $\frac{{}_5C_2 \cdot {}_3C_1 \cdot {}_7C_1}{{}_{15}C_4} + \frac{{}_5C_3 \cdot {}_{10}C_1}{{}_{15}C_4} + \frac{{}_5C_4}{{}_{15}C_4}$ となる。

ここで、 ${}_5C_2 \cdot {}_3C_1 \cdot {}_7C_1 = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} \cdot 3 \cdot 7 = 10 \cdot 3 \cdot 7 = 210$, ${}_5C_3 \cdot {}_{10}C_1 = 10 \cdot 10 = 100$, ${}_5C_4 = 5$

${}_{15}C_4 = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 15 \cdot 7 \cdot 13$ となることを踏まえ計算をすると

$$\begin{aligned} & \frac{{}_5C_2 \cdot {}_3C_1 \cdot {}_7C_1}{{}_{15}C_4} + \frac{{}_5C_3 \cdot {}_{10}C_1}{{}_{15}C_4} + \frac{{}_5C_4}{{}_{15}C_4} \\ &= \frac{{}_5C_2 \cdot {}_3C_1 \cdot {}_7C_1 + {}_5C_3 \cdot {}_{10}C_1 + {}_5C_4}{{}_{15}C_4} \\ &= \frac{210 + 100 + 5}{15 \cdot 7 \cdot 13} \\ &= \frac{315}{15 \cdot 7 \cdot 13} \\ &= \frac{3}{13} \quad \leftarrow \text{これが答え} \end{aligned}$$

確率は、本当に重要ですのでしっかりと理解しておいてください。今回は、ある程度確率のことを理解している前提で解説しました。もし、今回の解説がまったく分からないというのならメールください。さらに詳しく解説します。

数学って難しいですね。でも、数学って「このときはこうする」というルールがあっ

てそれをひとつずつ覚えていけば誰でもできるようになります。

「今までの苦労はなんだったの？」と思えるほど、簡単にできるようになりますよ。

「4浪しているのにセンター6割」

→「わずか入会8か月後に島根大学医学部医学科に合格!」

本人いわく「悲惨な成績」で限りなく学年で下位

→「ぐんぐん成績をあげて筑波大学理工学群現役合格!」

「問題が少し難しくなるととたんに解けなくなる」

→「解き方のルールを覚えて難問も解けるようになり東北大学歯学部合格!」

多くの受験生が数学の成績をあげた秘訣を紹介します。

以下の無料メルマガの登録をしてください。無料ですし、いつでも解除できるので登録しないと損ですよ。以下の枠をクリックしてください。

**ルールが分かれば誰でもできる！
あなたの数学の偏差値を70にするメルマガ**

ラインでも配信しています。ラインの方は以下よりお願いします。

ラインで登録する！

ツイッターやっています

<https://twitter.com/hmggen>

高校数学の勉強法

<https://www.hmg-gen.com/>

医学部数学の勉強法

<https://www.ouen-math.com/>

感想はこちらまでメールをください（何か言ってもらえると嬉しいです）

magdai@hmg-gen.com

河見賢司