

質問内容

$x^3 + (y - 6)x^2 - 7xy + 2x + 6y - 12$ という因数分解の問題なんですけど、
 $(x^2 - 7x + 6)y + x^3 - 6x^2 + 2x - 12$ ここまで式変形をしたんですけど、これ以降どうすればいいかわかりません。ここからどうやって解くのですか？

回答

こんにちは、河見賢司です。この問題は教えている高校1年生の生徒から質問があったので紹介することにしました。

因数分解の基本は最低次の文字で整理することです。因数分解があまり理解できていない人は、以下のページに載せている因数分解の問題を見てください。

<http://www.hmg-gen.com/math.html>

因数分解は、最低次の文字で整理していくことが基本なんですけど、今回は最低次が1次です。最低次が1次の時は必ず左側の項と右側の項に必ず共通因数ができます。共通因数ができないと因数分解はできません。

そこで、問題に戻りますけど、今回の問題は最低次の y 整理すると最初に質問があったように $(x^2 - 7x + 6)y + x^3 - 6x^2 + 2x - 12$ と変形することができます。 $x^2 - 7x + 6 = (x - 1)(x - 6)$ と因数分解できることから、 $(x - 1)(x - 6)y + x^3 - 6x^2 + 2x - 12$ となります。

あとは、この $(x - 1)(x - 6)y + x^3 - 6x^2 + 2x - 12$ を因数分解したらいいんだけど、どうしたらいいかわかる？

ここからどうしたらいいかわからないという人が多いんだけど、因数分解の基本を思い出して、最低次が1次のときは、左側の項と右側の項とが絶対に共通因数を持つんだよね。

今回は、左側の項が $(x - 1)(x - 6)$ となっているんだから、右側の項 $x^3 - 6x^2 + 2x - 12$ も $(x - 1)$ か $(x - 6)$ という因数をもたないといけないんじゃない？

そこで、 $(x - 1)$ か $(x - 6)$ かどっちの因数を持つのかな？と考えるんだけど、今回は明らかに $(x - 6)$ の方じゃない？なぜかというと $x^3 - 6x^2 + 2x - 12$ は6や12という係数があるから、これらは6の倍数だから、たぶん $(x - 6)$ を持つだろうなと気づけるようになってほしいです。すぐに気づけるようになるには、ある程度慣れも必要だと思うので、問題演習を多くするようにしてください。

$$\begin{aligned}
 & x^3 - 6x^2 + 2x - 12 \\
 &= x^2(x - 6) + 2(x - 6) \\
 &= (x - 6)(x^2 - 2) \quad \blacktriangleleft (x - 6) \text{ という共通因数ができた！}
 \end{aligned}$$

共通因数ができたら、後は共通因数でくくるだけで因数分解終了です。共通因数はなかなか見つからない時もありますが、最低次が1次のときの因数分解は絶対に共通因数ができるんだということを覚えておけばこういった問題でも解けるようになると思います。

今回は数学Iの解き方で解きましたが、 $x^3 - 6x^2 + 2x - 12$ の因数分解は、数学IIを勉強している人なら組立除法を使うほうが早いと思います。組立除法で、6を代入するというのはなかなか気づかないかもしれませんが、共通因数は $(x - 1)$ か $(x - 6)$ なんです。 $x^3 - 6x^2 + 2x - 12$ に $x = 1$ を代入しても $1 - 6 + 2 - 12 = -15$ となり0になってくれません。ということは $(x - 6)$ が共通因数となるはずなので、6を代入するんだなと気づけます。

$$\begin{array}{r|rrrr}
 6 & 1 & -6 & 2 & -12 \\
 & & 6 & 0 & 12 \\
 \hline
 & 1 & 0 & 2 & 0
 \end{array}$$

それでは、解答に進みます。

【解答】

$$\begin{aligned}
 & x^3 + (y - 6)x^2 - 7xy + 2x + 6y - 12 \\
 &= (x^2 - 7x + 6)y + x^3 - 6x^2 + 2x - 12 \quad \blacktriangleleft \text{最低次の } y \text{ で整理した} \\
 &= (x - 1)(x - 6)y + x^2(x - 6) + 2(x - 6) \quad \blacktriangleleft \text{共通因数 } (x - 6) \text{ ができた} \\
 &= (x - 6)\{(x - 1)y + x^2 + 2\} \quad \blacktriangleleft \text{共通因数の } (x - 6) \text{ でくくった} \\
 &= (x - 6)(x^2 + xy - y + 2) \quad \blacktriangleleft \text{これが答え}
 \end{aligned}$$

今回はこれで終了です。普段高校生に数学を教えていて今日のようなところでつまづく人が本当に多いです。数学が得意でないという人はまず間違いなくひっかかっています。

因数分解に限らず、数学はなんとなく式変形をするのではなく、ちゃんとした根拠をもって式変形をするようにしてください。

最初のうちは難しいとは思いますが、何度も繰り返していたら自然とできるようになりますよ。それまで大変だとは思いますが、がんばってください。

河見賢司

目指せ偏差値45から55！高校数学の勉強法

<http://www.hmg-gen.com/>

感想はこちらまでメールをください（何か言ってもらえると嬉しいです）

magdai@hmg-gen.com