

「ルールを覚えれば誰でもできる！あなたの数学の偏差値を70にするプリント」の詳細は以下をクリック！

<https://www.hmg-gen.com/tuusin.html>

「自宅に居ながら1対1の数学の授業が受けられます」の詳細は以下をクリック！

<https://www.hmg-gen.com/tuusin1.html>

---

質問内容

学校で、次のようなことを勉強しました。これってどういう意味なんですか？

2数 $\alpha, \beta$ に対して、 $\alpha + \beta = m, \alpha\beta = n$ とすると、 $\alpha$ と $\beta$ を2解とする2次方程式の1つは、 $x^2 - mx + n = 0$ である。

なぜ $x^2 - mx + n = 0$ ってなるのか分からないし、「2解とする2次方程式の1つ」の1つとはどこからきているんですか？他にもいろいろあるのですか？

こんにちは、河見賢司です。

確かに分かりにくい表現ですね。でも、これって考えたらそれほど難しくないですよ。

数学ってどんな問題も暗記しようとする人もいますが、それだと暗記量が多くて忘れてしまいます。どうしても丸暗記しかないものは仕方がないですが、意味を理解しながら覚えることができるものは、しっかりと意味を理解して覚えた方がいいですよ。

今回も、自分で意味を考えられるタイプです。簡単なので、しっかりと理解しておいてください。それでは、解説に進みます。

たとえば $(x-1)(x-2) = 0$ の解は $x = 1, 2$ だよ。逆から言えば、 $x = 1, 2$ を解とする2次方程式は $(x-1)(x-2) = 0$ ってなるんじゃない？

それから  $3(x-1)(x-2) = 0$  でも  $10(x-1)(x-2) = 0$  でも、2次方程式の解は  $x = 1, 2$  となるよね。

このことから  $x = 1, 2$  を解とする2次方程式は  $\bigcirc(x-1)(x-2) = 0$  となり、 $\bigcirc$ の中には何が入ってもいいことになります(0は除きます)。

ここまでの説明で分かったと思うけど、 $x = \alpha, \beta$  を2解とする2次方程式は  $\bigcirc(x-\alpha)(x-\beta) = 0$  となります。 $\bigcirc$ の部分にはどんな数がきてもいいんだけど、1のときに係数が小さくなって一番考えやすいよね。

だから  $x = \alpha, \beta$  を2解とする2次方程式のひとつは  $(x-\alpha)(x-\beta) = 0$  となります。

「2次方程式のひとつは」という表現はもう理解できたと思います。 $\bigcirc$ にはどんな数が来てもいいんだから例えば2のときは、 $2(x-\alpha)(x-\beta) = 0$  となるけど、係数が2より1の方が簡単なので1の方を使ったというだけのことです。

$(x-\alpha)(x-\beta)$  を展開すると  $x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha\beta$  となります。よって、 $x = \alpha, \beta$  を2解とする2次方程式のひとつは  $x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha\beta = 0$  となり、 $\alpha+\beta = m, \alpha\beta = n$  を代入すると  $x^2 - mx + n = 0$  となります。

### 2解を解とする2次方程式

2数  $\alpha, \beta$  に対して、 $\alpha+\beta = m, \alpha\beta = n$  とすると、 $\alpha$  と  $\beta$  を2解とする2次方程式の1つは、 $x^2 - mx + n = 0$  である。

↑これはもちろん暗記してもらってもいいですが、出題頻度がそれほど高くなく、時間がたてば忘れてしまうかもしれません。ですから、先ほど説明したような感じで自分で導けるようになっておいた方がいいですよ。

では、このことを使って次の問題を解いてみてください。

#### 問題

$\alpha, \beta$  を2解とする2次方程式を1つ作れ。

(1)  $\alpha = 1, \beta = 3$  のとき

(2)  $\alpha = \frac{1-\sqrt{7}i}{2}, \beta = \frac{1+\sqrt{7}i}{2}$  のとき

### 【解説】

$x^2 - mx + n = 0$  を公式として使ってもいいですが、忘れやすいので私はいつも  $(x - \alpha)(x - \beta) = 0$  から導いています。こちらの方法だと忘れることがないので、覚えるのが苦手という人にとってはいいと思います。今回の解答もその方法で解いていきます。それでは、解答に進みます。

### 【解答】

(1)  $x = 1, 3$  をひとつの解とする2次方程式は  $(x - 1)(x - 3) = 0$  となる。

よって求める方程式は  $(x - 1)(x - 3) = 0$  を展開して  $x^2 - 4x + 3 = 0$  となる。

(2) \*この問題ですが、先ほどと同じように  $\left(x - \frac{1 + \sqrt{7}i}{2}\right)\left(x - \frac{1 - \sqrt{7}i}{2}\right) = 0$  として計算をしていってもらってもかまいませんが、一気に計算をすると長くなってしまいます。

そこで、こういった問題ではとりあえず  $(x - \alpha)(x - \beta) = 0$  を展開して、展開しきった形のなかに  $\alpha = \frac{1 + \sqrt{7}i}{2}, \beta = \frac{1 - \sqrt{7}i}{2}$  を代入した方が計算が楽になります。

複雑なときは、文字式のまま計算して、最後に文字に数値を代入するという方がらくです。この手法は意外によくできてきます。覚えておいてください。

$x = \alpha, \beta$  を2解とする2次方程式のひとつは  $(x - \alpha)(x - \beta) = 0$  である。

$$(x - \alpha)(x - \beta) = 0$$

$$x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$$

ここで、 $\alpha + \beta = \frac{1 + \sqrt{7}i}{2} + \frac{1 - \sqrt{7}i}{2} = 1, \alpha\beta = \frac{1 + \sqrt{7}i}{2} \cdot \frac{1 - \sqrt{7}i}{2} = \frac{1 + 7}{4} = 2$  となるので、

求める2次方程式のひとつは  $x^2 - x + 2 = 0$  となる。

これで、今回の解説プリントは終わりです。今回の公式は、簡単に導けます。こういっ

た公式は、暗記するのではなくその都度自分で導いて解いていった方が計算ミスが少ないと思います。それでは、がんばってください。

---

数学って難しいですね。でも、数学って「このときはこうする」というルールがあってそれをひとつずつ覚えていけば誰でもできるようになります。

「今までの苦労はなんだったの？」と思えるほど、簡単にできるようになりますよ。

「4浪しているのにセンター6割」

→ 「わずか入会8か月後に島根大学医学部医学科に合格！」

本人いわく「悲惨な成績」で限りなく学年で下位

→ 「ぐんぐん成績をあげて筑波大学理工学群現役合格！」

「問題が少し難しくなるととたんに解けなくなる」

→ 「解き方のルールを覚えて難問も解けるようになり東北大学歯学部合格！」

多くの受験生が数学の成績をあげた秘訣を紹介します。

以下の無料メルマガの登録をしてください。無料ですし、いつでも解除できるので登録しないと損ですよ。以下の枠をクリックしてください。

**ルールが分かれば誰でもできる！  
あなたの数学の偏差値を70にするメルマガ**

ラインでも配信しています。ラインの方は以下よりお願いします。

**ラインで登録する！**

ツイッターやっています  
<https://twitter.com/hmggen>

高校数学の勉強法  
<https://www.hmg-gen.com/>

医学部数学の勉強法  
<https://www.ouen-math.com/>

感想はこちらまでメールをください（何か言ってもらえると嬉しいです）  
[magdai@hmg-gen.com](mailto:magdai@hmg-gen.com)

河見賢司