「ルールを覚えれば誰でもできる!あなたの数学の偏差値を70にするプリント」の詳細は以下をクリック!

https://www.hmg-gen.com/tuusin.html

「自宅に居ながら1対1の数学の授業が受けられます」の詳細は以下をクリック! https://www.hmg-gen.com/tuusin1.html

-質問内容----

指数の問題です。 $3^x + 3^{-x} = t$ のとき、 $9^x + 9^{-x}$ を t を用いて表せっていう問題が分かりません。どうすればいいですか?

回答

この問題は、有名なんですが教科書や問題集なんかでも解答をサラッと書いてあるだけで、分かりにくいことって多いですよね。実は、これ対称式の問題になおすことができるんです。

対称式っていうのは a^2+b^2 や $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$ のように文字を入れ替えても元の式と変わらない式のことを言います。先ほどの式を a と b を入れ替えてみると $a^2+b^2 \Rightarrow b^2+a^2$ となりますが、これはもとの式 a^2+b^2 と等しいよね。 $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$ も同じように成立しています。

対称式には重要な性質があって、aとbの対称式の場合、与式はa+bとabのみを使って表すことができます。簡単に導けますが、次の2つは公式として覚えておいてください。

--覚えるべき対称式-

①
$$a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$$

②
$$a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$$

対称式について、もっとよく知りたい人はこちらのプリントで勉強してください。

対称式のプリント http://www.hmg-gen.com/taisyousiki.pdf 対称式のプリント (練習問題解答) http://www.hmg-gen.com/k-taisyousiki.pdf では、今日の本題の $3^x + 3^{-x} = t$ のとき、 $9^x + 9^{-x}$ をtで表せという問題に進みます。

この前にまず、<u>指数の問題ではあるひとつの指数のみで表せることが多い</u>ということを覚えてください。今回の問題では、 $3^x + 3^{-x}$ は $3^x + \frac{1}{3^x}$ って式変形できるから 3^x のみで表せることができるよね。次に、 $9^x + 9^{-x}$ なんだけど $9^x = (3^2)^x = (3^x)^2$ って式変形できるので、こちらも 3^x のみで表すことができます。

ですから、 $3^x = X$ とでも文字を置き換えて解いていくとずっと見やすくなります。

 $3^x = X$ と文字を置き換えると $9^x = X^2$ になります。今回の問題は $3^x + 3^{-x} = t$ のとき、 $9^x + 9^{-x}$ を t を用いて表せだけど、 $3^x = t$ と置き換えることにより、問題は $X + \frac{1}{X} = t$ のとき、 $X^2 + \frac{1}{X^2}$ の値を求めよという問題になおすことができるんじゃない?これだったら簡単だよね。

指数の問題では、ほとんどの問題であるひとつの指数にすることが多いです。あるひとつの指数と言いましたが、 $2^x = X$, $3^x = X$ と文字を置き換えることがほとんどです。このことを覚えておいてください。では、問題に戻ります。

-問題-

 $3^x + 3^{-x} = t$ のとき、 $9^x + 9^{-x}$ を t を用いて表せ。

これは、 $3^x = t$ と置き換えることにより、次の問題と同じになります。

- - 問題-----

 $X + \frac{1}{X} = t$ のとき、 $X^2 + X^{-2}$ を t を用いて表せ。

ここからは後は対称式の問題です。 $X^2+X^{-2}=X^2+\frac{1}{X^2}=X^2+\left(\frac{1}{X}\right)^2$ こう式変形をすると、与式はXと $\frac{1}{X}$ の対称式になります。それでは、これらのことを踏まえて、問題を

解いていきます。

【解答】

今回は、これで終了です。ごくごく基本的なことですが意外に理解できていなかった人も多いと思います。よく出てくる問題なのでしっかりと理解しておいてください。

数学って難しいですよね。でも、数学って「このときはこうする」というルールがあってそれをひとつずつ覚えていけば誰でもできるようになります。

「今までの苦労はなんだったの?」と思えるほど、簡単にできるようになりますよ。

「4浪しているのにセンター6割」

→「わずか入会8か月後に島根大学医学部医学科に合格!」

本人いわく「悲惨な成績」で限りなく学年で下位

→「ぐんぐん成績をあげて筑波大学理工学群現役合格!」

「問題が少し難しくなるととたんに解けなくなる」

→「解き方のルールを覚えて難問も解けるようになり東北大学歯学部に合格!」

多くの受験生が数学の成績をあげた秘訣を紹介します。

以下の無料メルマガの登録をしてください。無料ですし、いつでも解除できるので登録 しないと損ですよ。以下の枠をクリックしてください。

ルールを覚えれば誰でもできる! あなたの数学の偏差値を70にするメルマガ

ラインでも配信しています。ラインの方は以下よりお願いします。

ラインで登録する!

ツイッターやっています https://twitter.com/hmggen

高校数学の勉強法 https://www.hmg-gen.com/

医学部数学の勉強法 https://www.ouen-math.com/

感想はこちらまでメールをください(何か言ってもらえると嬉しいです) magdai@hmg-gen.com

河見賢司