「２次関数と指数対数、三角関数の関係」その１

こんにちは、河見賢司です。今日は２次関数の重要性の話をしたいと思います。

指数対数や三角関数は、新しく公式や定理など新しく覚えないといけないものがあります。これらをまずはしっかりと覚えないと解けるようにはならないのですが、「公式は覚えたけど、どうもしっくりこない。なかなか解けるようにならない」という人が多いです。

そういう人は２次関数をしっかりと理解できていないということが多いです。

２次関数には、「文字消去」「文字の置き換え」「最大値、最小値の考え方」など高校数学の関数の基礎となる知識が頻出です。

これらの知識は、必ずしも２次関数を通して理解する必要はないかもしれませんが、２次関数は三角関数などと違ってそれほど複雑ではありません。関数分野に慣れるためには２次関数を通して学ぶのがベストだと思います。まずは２次関数を通して関数の考え方というものを理解した後に、他の関数分野を勉強するのが一番効率的だと思います。

私は常々このようなことを言っていましたが、先日ある高校生から「２次関数は理解しているつもりなんですけど、指数対数や三角関数が苦手です。２次関数がどういうふうにこれらの勉強に役立つのですか？」という質問を受けました。

ということで、今回は２次関数の知識がどのように三角関数や指数対数の知識に結び付くかということを話していきます。

「２次関数の知識がどういうふうに三角関数や指数対数の問題につながるか」ということをテーマにして解説しています。「２次関数の問題と三角関数や指数対数の問題とのリンクの仕方が少し強引だよ」と思う人もいるとは思いますが、ここでは理解してもらうためにやや強引気味なところもあるかもしれません。ですが、すべて高校数学にとって本当に重要なところです。基礎中の基礎かもしれませんが、しっかりと理解できていない人も多いと思います。

「数学の勉強頑張っているけど、なかなか成績があがらない」という人に見てほしいです。それではがんばっていきましょう。

「２次関数を通して理解してほしいこと」NO1

「文字を置き換える時の注意点」

では、まず次の２次関数の問題を解いてください。

2次関数の問題 1

$y=(x^2-2x-1)^2+8(x^2-2x-1)+20$ の最小値と、そのときの x の値を求めよ。

【解説】
この問題を何も考えずに解いてしまうと、$(x^2-2x-1)^2$ を展開なんかしてとやる人がいるけど $(x^2-2x-1)^2$ を展開したら x の 4 乗が出てきて、式が 4 次関数になって考えにくい。そこで、与式が (x^2-2x-1) のみでできていることを考えて、$X=x^2-2x-1$ とでも置き換えると与式は $y=X^2+8X+20$ となり単なる 2 次関数となり考えやすくなる。

このように最大・最小の問題では文字の置き換えによって考えやすくなることが多いです。

文字の置き換えは式が簡単になるので、よく使いますがひとつだけ注意しないといけないことがあります。

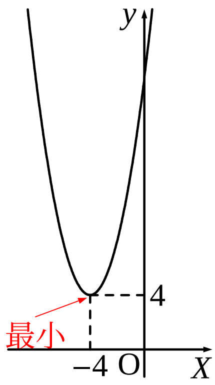
次に典型的な誤答例を書いてみます。

誤答例

$$y=(x^2-2x-1)^2+8(x^2-2x-1)+20$$

ここで $x^2-2x-1=X$ とする

$$y=X^2+8X+20$$
$$=(X+4)^2+4$$



グラフより $X=-4$ のとき、最小値 4 をとる

上記の解答はどこが間違っているか分かる？

$X=x^2-2x-1$ と置き換えるまではそれでいいんだけど、上記の解答では置き換えたら絶対に考えないといけないことを忘れている。まず置き換えについては次のことを覚え

ておいて下さい。

文字の置き換えたときの注意点

文字を置き換えたときは、
必ず置き換えた文字の範囲に注意する！

上記の例題でいうと $X = x^2 - 2x - 1 = (x-1)^2 - 2$ と式変形できるわけだから、当然 X にも $X \geqq -2$ という範囲がついてくるよね。

上記の誤答例では、**文字を置き換えたにもかかわらず置き換えた文字の範囲に注意していなかったから間違ってしまった。**こういうことを言うと、私はしっかりと考えているから大丈夫！なんていう人もいるけど、今回の場合分かりやすいから間違う人も少ないかもしれないけど、文字には隠れた範囲がついてくることがあります。たとえば $\sin\theta = X$ は $-1 \leqq X \leqq 1$ という範囲がついてくるし、$t = x^2 - 1$ と置き換えたなら $t \geqq -1$ という範囲がついてきます (←理由は各自考えてください)。

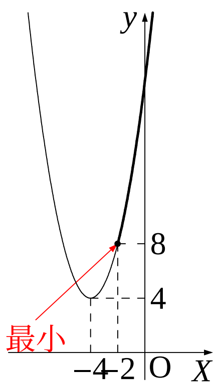
本当に重要だからもう一度言います。**文字を置き換えたときは、必ず置き換えた文字の範囲に注意する。**一見範囲がなさそうでも、隠れた範囲がついてくる場合があるので、特に慣れるまではしっかり何度も何度も確認するようにしておいて下さい。

【解答】

$x^2 - 2x - 1 = X$ とする。

$X = (x-1)^2 - 2$ より $X \geqq -2$

$$y = X^2 + 8X + 20$$
$$= (X+4)^2 + 4$$



グラフより $X = -2$ のとき、最小値 8 をとる。

$X = x^2 - 2x - 1$ より

$x^2 - 2x - 1 = -2$ ◀ $X = -2$ に $x^2 - 2x - 1 = -2$ を代入した

$x^2 - 2x + 1 = 0$

$(x-1)^2 = 0$

$\therefore x = -1$

以上より、$x = -1$ のとき最小値 8 をとる。

この２次関数の問題を通して覚えてほしいことは、**数学では普通に解くよりも文字の置き換えを利用するほうが簡単に解ける場合がある (問題によっては文字の置き換えを使わないと解くことができないものもある)。ただし、文字を置き換えた時は範囲に注意しないといけない**ということです。

三角関数は特に文字の置き換えは必須です。しかも、問題によって文字の置き換え方が決まっています。見た瞬間にどういうふうに文字を置き換えるのか理解しておく必要があります。

それから、言い忘れていましたが先ほどの２次関数の問題でグラフをかいて最小値を求めました。関数の最大値、最小値に関する問題はグラフをかいて考えることが基本ということを覚えておいてください。

関数の最大値、最小値問題の考え方

関数の最大値、最小値問題ではグラフをかいて考えていくことが基本

それでは、これらを踏まえて指数対数、三角関数の置き換えの必要な問題に進みます。まずは、指数に関する問題です。

指数問題１

$f(x) = 4^x - 2 \cdot 2^x - 1$ の最小値とそのときの x の値を求めよ

【解説】
これは最大値、最小値問題だからグラフをかいて考えていくんだけど、$f(x) = 4^x - 2 \cdot 2^x - 1$ のグラフなんてかけないよね？

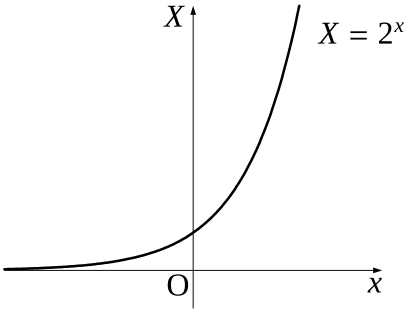
そこでどうしようかな？と考えるんだけど、**指数の問題ではあるひとつの指数のみで表されることが多いです (ほとんどの場合で 2^x か 3^x のいずれか)**。

このことを踏まえて見てみると、$4^x = (2^x)^2$ って表されるよね？ということは $f(x)$ は 2^x のみの式で表せることになります。そこで、$2^x = X$ とでも置き換えて解いていきます。

$f(x) = 4^x - 2 \cdot 2^x - 1$ のグラフなんてかけないけど、$2^x = X$ としたら $f(X) = X^2 - 2X - 1$ となります。これだったら単なる２次関数だから簡単にグラフをかくことができます。

ただ、先ほど話しましたが**文字を置き換えた時は範囲に注意する**ということを忘れてはいけません。それでは $X = 2^x$ とおいたときの X の値の範囲を求めていきます。

値の範囲は X の値がどこからどこまでとりうるかということなので、要するに X の最大値、最小値を求めよと同じです。最大値、最小値問題だからグラフをかいて求めていきます。



上記のグラフを見て分かる通り今回の問題は x に範囲が与えられていません。つまり x はすべての実数をとります。このとき、X は $X>0$ のすべての値の範囲をとるので $X>0$ となります。

これを使って問題を解いていきます。それでは、解答に進みます。

【解答】

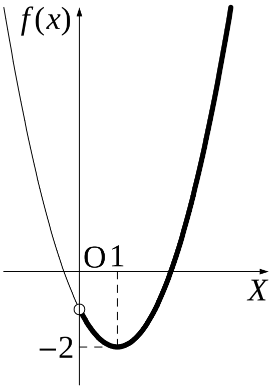
$f(x)=4^x-2\cdot2^x-1$

$\quad=(2^x)^2-2\cdot2^x-1$ ◀ 2^x のみの式になった

ここで$2^x=X$ とする。$X>0$ ◀ 文字を置き換えた時は範囲に注意する

$\quad=X^2-2X-1$

$\quad=(X-1)^2-2$



グラフより、$X=1$ のとき最小値 -2 をとる。

また、$X=2^x$ より、$X=1$ のとき $x=0$ となる。

以上より、$f(x)$ は $x=0$ のとき、最小値 -2 をとる。

次に指数の第 2 問です。最初の文字変形が少し思いつきにくいかもしれませんが、頻出ですので覚えておいてください。

指数問題 2

$y = 3^{2x} + 3^{x} + 3^{-x} + 3^{-2x}$ の最小値とその時の x の値を求めよ。

【解説】
この問題はどうするのかな？と思うけど全てが 3^x のみの式で表されているから $3^x = X$ とでもおくと、与式は $y = X^2 + X + \dfrac{1}{X} + \dfrac{1}{X^2}$ となります。

ここで、考えないといけないんだけど、関数の最大値、最小値問題はグラフをかいて考えるのが基本だったよね？そこで $y = X^2 + X + \dfrac{1}{X} + \dfrac{1}{X^2}$ のグラフがかけるか考えるんだけど、このグラフはかけない。なぜかというと、数学 II までの範囲では分数を含んだグラフはかくことができない (数学 III の範囲ではかくことができる)。

だから、**数学 II までの範囲で分数関数の問題が出てきたら、グラフをかいて考える以外の解き方があるのかな？**と考えないとダメなんです。

分数関数のときの最大値、最小値は相加相乗平均を使うことが多いのですが、この問題に関しては問題を見た瞬間に $t = X + \dfrac{1}{X}$ と置き換えるんだなと気づかないといけません。

$$t = X + \frac{1}{X}$$

$$t^2 = \left(X + \frac{1}{X}\right)^2$$ ◀ 両辺を 2 乗した

$$t^2 = X^2 + 2X \cdot \frac{1}{X} + \frac{1}{X^2}$$

$$t^2 = X^2 + 2 + \frac{1}{X^2}$$

$$X^2 + \frac{1}{X^2} = t^2 - 2$$ ◀ $X^2 + \dfrac{1}{X^2}$ を t のみの式で表せた！

$y = X^2 + X + \dfrac{1}{X} + \dfrac{1}{X^2}$ だけど、$X + \dfrac{1}{X} = t$ とおくと $X^2 + \dfrac{1}{X^2} = t^2 - 2$ と t のみで表すことができます。これより y は t の 2 次関数で表すことができます。これだったら簡単にグラフがかけるよね。よく出る式変形なので、次のことを覚えておいてください。

よく出る重要な式変形

与式が $x+\dfrac{1}{x}$ と $x^2+\dfrac{1}{x^2}$ のみの式のとき、$x+\dfrac{1}{x}=t$ とおくとうまくいく。

また、与式が $x-\dfrac{1}{x}$ と $x^2+\dfrac{1}{x^2}$ のみの式のとき、$x-\dfrac{1}{x}=t$ とおくとうまくいく。

また、文字を置き換えたときは範囲に注意しないとしけませんが $t=X+\dfrac{1}{X}$ の値の範囲は分かるかな？これは相加相乗平均を使えば簡単に求めることができます。相加相乗平均について知らないという人はほとんどいないとは思いますが、一応まとめておきます。

相加相乗平均

$a>0,\ b>0$ のとき、$a+b \geqq 2\sqrt{ab}$ が成立する。ただし、等号成立は $a=b$ のとき

相加相乗平均を使えば $X+\dfrac{1}{X} \geqq 2\sqrt{X\cdot\dfrac{1}{X}}=2$ より、$X \geqq 2$ が言えます。分数関数が与えられていて正という条件が与えられていて、和の形で互いに掛け合わせて文字が消える時は相加相乗平均を使います。

今回の問題では、$X>0$ で $X+\dfrac{1}{X}$ ですが、まず正という条件が与えられていて、そして $X+\dfrac{1}{X}$ というふうに和の形で表されていて、そしてそれらを互いに掛け合わせると $X\cdot\dfrac{1}{X}=1$ というふうに変数が消えるのでこういったときはまず間違いなく相加相乗平均を使うと思って間違いないです。

相加相乗平均であるかどうかのチェックポイントは少し多いように感じますが、慣れてくると一瞬で判断できるようになりますよ。はじめのうちはとにかく分数関数が出てきたら相加相乗平均をつかえるのでは？とうたがってかかるようにしてください。そうすれば気づけると思います。

では、以上のことを踏まえて解答に進みます。

【解答】

$$
\begin{aligned}
y &= 3^{2x}+3^x+3^{-x}+3^{-2x}\\
&= 3^{2x}+3^x+\frac{1}{3^x}+\frac{1}{3^{2x}}
\end{aligned}
$$

ここで、$3^x=X\,(>0)$ ◀ 文字を置き換えたときは範囲に注意する とする。

$$y = X^2 + X + \frac{1}{X} + \frac{1}{X^2}$$
$$= (X^2 + \frac{1}{X^2}) + X + \frac{1}{X} \cdots ①$$

ここで、$X + \frac{1}{X} = t$ とする。

$X > 0$、相加相乗平均より $t = X + \frac{1}{X} \geqq 2\sqrt{X\frac{1}{X}} = 2$ より、$t \geqq 2$ がいえる。

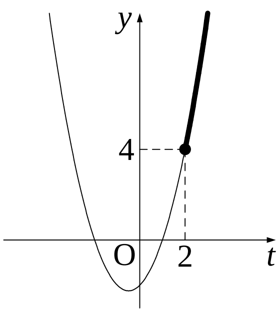
⇑ 文字を置き換えたときは範囲に注意する。

また

$$t = X + \frac{1}{X}$$
$$t^2 = \left(X + \frac{1}{X}\right)^2$$ ◀ 両辺を 2 乗した
$$t^2 = X^2 + 2X \cdot \frac{1}{X} + \frac{1}{X^2}$$
$$t^2 = X^2 + 2 + \frac{1}{X^2}$$
$$X^2 + \frac{1}{X^2} = t^2 - 2$$ ◀ $X^2 + \frac{1}{X^2}$ を t のみの式で表せた！

より、$X + \frac{1}{X} = t,\ X^2 + \frac{1}{X^2} = t^2 - 2$ を ① に代入すると

$$y = t^2 - 2 + t$$
$$= t^2 + t - 2$$
$$= (t + \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} - 2$$ ◀ 平方完成をした
$$= (t + \frac{1}{2})^2 - \frac{9}{4}$$



グラフより、$t=2$ のとき最小値 4 をとる。

$t = X + \dfrac{1}{X}$ より、

$X + \dfrac{1}{X} = 2$

$X^2 + 1 = 2X$ ◀ 両辺に X をかけた　$X^2 - 2X + 1 = 0$

$(X-1)^2 = 0$

$\therefore\ X = 1$

また、$X = 3^x$ より $X = 1$ のとき $3^x = 1$ つまり $x = 0$ となる。

以上より、$x = 0$ のとき最小値 4 をとる。

この問題はこう解く方が思いつきやすい解法ですが、実は相加相乗平均を使って解く解き方もあります。

何度か話しましたが関数の最大値、最小値問題の基本はグラフをかいて求めます。でも、分数関数のグラフは数学 III を勉強しないとかくことができません。

分数関数のときの最大値、最小値問題は相加相乗平均を使って解く場合が多いということを覚えておいてください。

ここで少し、不等式を使った最大値、最小値の求め方を解説したいと思います。

例えば、$f(x) \geqq 1$ となったとき $f(x)$ は 1 以上なんだから、最小値は 1 だなと思う人がいるけどこれは間違いです。$f(x) \geqq 1$っていうのは $f(x)$ が 1 以上であるということをいっているだけなんだから、例えば $f(x)$ の最小値が 2 でも $f(x) \geqq 1$っていうことは間違いではないよね ($f(x)$ が 2 以上のとき、当然 $f(x)$ は 1 以上)。

で、$f(x) \geqq 1$ から $f(x)$ の最小値が 1 となるためには $f(x) = 1$ を満たす x が存在してはじめて最小値が 1 であることが言えます。

現実問題として、実際の大学受験の問題で $f(x) \geqq 1$ となっていて $f(x) = 1$ をみたす x が存在しないということはまずほとんどありませんので、$f(x) \geqq 1$ という式だけで最小値が 1 になりますが、$f(x) \geqq 1$ という式だけで最小値 1 と書いたら大幅に減点されます。

どういうふうに解くか次に簡単な補題を通して理解して下さい。

-補題-

$x>0$ のとき、$x+\dfrac{1}{x}$ の最小値を求めよ。

【解答】

$x>0$ より、相加相乗平均を考え $x+\dfrac{1}{x} \geqq 2\sqrt{x\dfrac{1}{x}}=2$ が成立する。

また $x=\dfrac{1}{x}$ つまり、$x=1$ のとき等号は成立するので $x+\dfrac{1}{x}$ の最小値は 2 となる。

⇑ 不等式を使った最大値、最小値問題の解き方は、等号成立するような x が存在するということを明記しておく必要があります。

次に、$f(x)+g(x)$ の最小値の求め方です。これは特殊なときにしか使えないんですが今回はたまたま使えます。

例えば $f(x) \geqq a$ かつ $g(x) \geqq b$ ということが言えたとします。$f(x)$ は a 以上だ、そして $g(x)$ は b 以上だ。だから $f(x)+g(x)$ は $a+b$ 以上だ。⇐ ここまでは間違ったことを言っていません。

だから $f(x)+g(x)$ の最小値は $a+b$ だ。⇐ この部分が間違っています。これはすぐにああそうだなと納得できるようにしておいてください

この考え方のどこがおかしいかというと、$f(x)+g(x) \geqq a+b$ で等号が成立するような x が存在してはじめて $f(x)+g(x)$ の最小値が $a+b$ っていうことが言えるんだよね？

普通はというか多くの場合は $f(x)+g(x)=a+b$ というふうに等号成立するような x は存在しないよ。なぜかというと $f(x)+g(x)=a+b$ が成立するのは $f(x)=a$ かつ $g(x)=b$ のときなんだよね。

$f(x)=a$ と $g(x)=b$ をみたすそれぞれの x って当たり前だけど違う値になることがほとんどです。だから $f(x)=a$ と $g(x)=b$ を同時に満たす x は存在しないことが多いです。

でも、仮にだけど $f(x)=a$ と $f(x)=b$ を同時に満たす x が存在したら $f(x)+g(x)=a+b$ となる x が存在するよね？この場合、等号が成立するような x の値が存在するんだから $f(x)+g(x)$ の最小値は $a+b$ になります。

では、この解法を使って問題を解いていきます。問題と間があいたのでもう一度問題をかいておきますね。

指数問題 2

$y = 3^{2x} + 3^{x} + 3^{-x} + 3^{-2x}$ の最小値とその時の x の値を求めよ。

【解答】
$3^x > 0$ より、相加相乗平均を考え

$3^{2x} + 3^{-2x} \geqq 2\sqrt{3^{2x}3^{-2x}} = 2$ が成立する。
等号は $3^{2x} = 3^{-2x}$ のとき成立する。
$3^{2x} = 3^{-2x}$

$3^{4x} = 1$ ◀ 両辺に 3^{2x} をかけた

$4x = 0$ ◀ $3^{○} = 1$ が成立するのは、○ $= 0$ のとき

$x = 0$

よって、$3^{2x} + 3^{-2x} \geqq 2$ がいえて、等号成立は $x = 0$ のとき。

また、同様にして $3^{x} + 3^{-x} \geqq 2\sqrt{3^{x}3^{-x}} = 2$ が成立する。
等号は $3^{x} = 3^{-x}$ のとき成立する。
$3^{x} = 3^{-x}$

$3^{2x} = 1$ ◀ 両辺に 3^{x} をかけた

$2x = 0$ ◀ $3^{○} = 1$ が成立するのは、○ $= 0$ のとき

$x = 0$

⇑ 両式とも等号が成立するのは $x = 0$ のとき、よって等号が成立するような x が存在する

よって $y = y = 3^{2x} + 3^{x} + 3^{-x} + 3^{-2x} = 3^{2x} + 3^{-2x} + 3^{x} + 3^{-x} \geqq 2 + 2 = 4$

また等号は $x = 0$ のときに成立するので、最小値は $x = 0$ のとき 4 となる。

こっちの解法の方がだいぶ楽だと思います。「こんなの言われたら気づくけど、なかなか気づかないよ」と思った人も多いと思います。確かにそうなんです。等号が同時に成立するような x が存在するっていう根拠は何もありません。まあ、「慣れてね」っていうくらいしかないんですけど $f(x) + g(x)$ の最小値を求めよという問題でひとつずつが相加相乗平均を使えるときは、この解法が使えるんじゃないか？って考えるようにしてください。

では、次に対数の問題に進みます。

対数問題 1

$y = (\log_3 x)^2 + \log_3 x^2 - 2$ の最小値と、そのときの x の値を求めよ。

【解説】
これも、関数の最大値、最小値問題だからグラフをかいて考えていくんだけど、$y = (\log_3 x)^2 + \log_3 x^2 - 2$ のグラフなんてかけないよね？こんなときは**まず置き換えをして解いていくんだ**と考えるようにしてください。

先ほどの指数の問題で、2^x か 3^x のみの式にすることが多いと言いましたが対数のときは $\log_2 x$ か $\log_3 x$ のみの式にすることが多いです。今回も $\log_3 x^2 = 2\log_3 x$ というふうに変形をしたら、与式は $\log_3 x$ のみの式になってくれます。

次の対数の公式はしっかりと頭にいれておいてくださいね。今回は、下記③の公式を使っています。

対数の公式

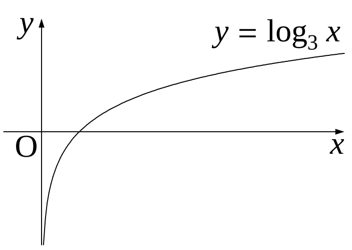
① $\log_a AB = \log_a A + \log_a B$

② $\log_a \dfrac{A}{B} = \log_a A - \log_b B$

③ $\log_a A^n = n\log_a A$

④ $\log_A B = \dfrac{\log_a B}{\log_a A}$

$X = \log_3 x$って置き換えました。文字を置き換えたときは範囲について考えないといけません。そこで、$X = \log_3 x$ の範囲がどうなるんだろう？と考えます。範囲は当然グラフから考えます。



上図を見たら分かると思うけど、$\log_3 x$ は x が 0 に近づくとどんどんと値が小さくなっていって限りなく小さくなります。また、x の値が大きくなると $\log_3 x$ の値もどんどんと大

きくなります。

つまり $\log_3 x$ はすべての値の範囲をとりえます。以下 X はすべての実数で解いていきます。それでは、解答に進みます。

【解答】

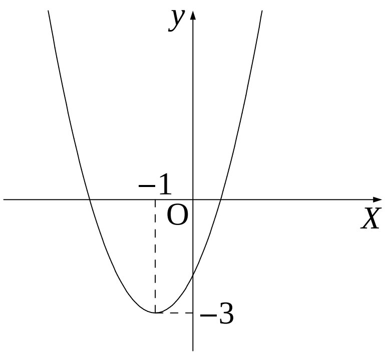
$y = (\log_3 x)^2 + \log_3 x^2 - 2$

$= (\log_3 x)^2 + 2\log_3 x - 2$ ◀ $\log_3 x^2 = 2\log_3 x$ より

ここで $\log_3 x = X$ とする。

$= X^2 + 2X - 2$

$= (X + 1)^2 - 3$



グラフより、$X = -1$ のとき、最小値 -3 をとる。

$X = \log_3 x$ より、$X = -1$ のとき

$\log_3 x = -1$

$\log_3 x = \log_3 3^{-1}$

$x = 3^{-1} = \frac{1}{3}$

以上より、$x = \frac{1}{3}$ のとき、最小値 -3 をとる。

では、次に対数問題 2 を解いてください。さっきと同じように解けばいいですが、少し複雑になっています。

対数問題 2

$1 \leqq x \leqq 4$ のとき $f(x) = \left(\log_2 \dfrac{x^2}{2}\right)\left(\log_2 \dfrac{4}{x}\right)$ の最大値と最小値、およびそれらを与える x の値を求めよ。

【解説】
少し複雑な形をしていますが、これも $\log_2 x$ のみの式にするんだなと気づけるようにしてください。それでは、解答に進みます。

【解答】

$$f(x) = \left(\log_2 \frac{x^2}{2}\right)\left(\log_2 \frac{4}{x}\right)$$

$$= (\log_2 x^2 - \log_2 2)(\log_2 4 - \log_2 x)$$ ◀ $\log_a \dfrac{A}{B} = \log_a A - \log_b B$ の公式を使った

$$= (2\log_2 x - 1)(2 - \log_2 x)$$ ◀ $\log_2 x^2 = 2\log_2 x,\ \log_2 2 = 1,\ \log_2 4 = 2$ より

ここで、$\log_2 x = X$ とする。$1 \leqq x \leqq 4$ より $0 \leqq X \leqq 2$ となる。
⇑ 文字を置き換えたときは範囲に注意する。範囲は本来ならグラフをかいて求めるが $\log_2 x$ は増加関数なので、$\log_2 x$ に $x = 1$ を代入した $\log_2 1 = 0$ が一番小さいく、$x = 4$ を代入した $\log_2 4 = 2$ が一番大きくなる。よって、X の値の範囲は $0 \leqq X \leqq 2$ となります。

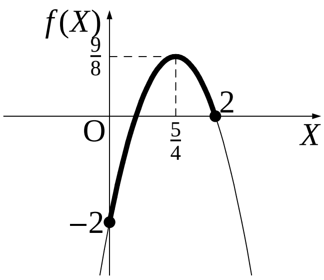
$$f(X) = (2X - 1)(2 - X)$$

$$= 4X - 2X^2 - 2 + X$$

$$= -2X^2 + 5X - 2$$

$$= -2\left(X^2 - \frac{5}{2}X\right) - 2$$

$$= -2\left(X - \frac{5}{4}\right)^2 + \frac{9}{8}$$ ◀ 平方完成をしてグラフをかける形にした



グラフより $X = \dfrac{5}{4}$ のとき最大値 $\dfrac{9}{8}$ をとり、$X = 0$ のとき最小値 -2 をとる。

$X = \log_2 x$ より、$X = \dfrac{5}{4}$ のとき

$\log_2 x = \dfrac{5}{4}$

$\log_2 x = \dfrac{5}{4} \times 1$

$\log_2 x = \dfrac{5}{4} \log_2 2$ ◀ $1 = \log_2 2$ より

$\log_2 x = \log_2 2^{\frac{5}{4}}$ ◀ $n \log_a A = \log_a A^n$ より

$x = 2^{\frac{5}{4}} = 2\sqrt[4]{2}$

$X = \log_2 x$ より、$X = 0$ のとき

$\log_2 x = 0$

$x = 1$

以上より、$X = 2\sqrt[4]{2}$ のとき最大値 $\dfrac{9}{8}$ をとり、$x = 1$ のとき最小値 -2 をとる。

これで指数対数は終わりです。次に三角関数に進みます。

三角関数に関してですが、これまで話してきたことを頭に入れて次のプリントを見てほしいです。今回の内容が理解できていたら、すんなりと理解できると思います。

http://www.hmg-gen.com/sankaku6.pdf
http://www.hmg-gen.com/sankaku7.pdf

これで、今回のプリントは終了です。次回もう一度、２次関数と指数対数、三角関数の関係の解説をしたいと思います。しっかりと理解しておいてください。

河見賢司

高校数学の勉強法
http://www.hmg-gen.com/

感想はこちらまでメールをください（何か言ってもらえると嬉しいです）
magdai@hmg-gen.com