

こんにちは、河見賢司です。突然なんですが、次の連立方程式を解いてください。

問題

$$\begin{cases} x + y = 3 \cdots ① \\ y + z = 4 \cdots ② \\ z + x = 5 \cdots ③ \end{cases}$$

【解説】

3元連立の方程式の問題です。3元連立の方程式の問題は本来なら1文字消去して、まずは2元連立(変数が2つ、式が2つの方程式)にして解いていくということが基本なんですけど、今回の連立方程式はうまい解法があります。

① + ② + ③ を計算すると、

左辺は $x + y + y + z + z + x = 2x + 2y + 2z = 2(x + y + z)$ となります。

このことより、 $x + y + z$ の値が求まるよね？ $x + y + z$ の値が分かったら、もう問題はすぐに解けるんじゃない？例えば、 $x + y + z$ の値が a だとします。これに①式の $x + y = 3$ を代入すると $x + y + z = a \Rightarrow 3 + z = a$ となって簡単に z の値を求めることができますよね。②、③に代入をすると残る変数の x と y も簡単に求めることができます。

今回のような連立方程式は本当によく出てくるので、解き方を覚えてください。

連立方程式の解法

$$\begin{cases} x + y = a \cdots ① \\ y + z = b \cdots ② \\ z + x = c \cdots ③ \end{cases}$$

このタイプの連立方程式は① + ② + ③ をするとうまくいく！

では、問題に戻りますね。

【解答】

$$\begin{cases} x + y = 3 \cdots ① \\ y + z = 4 \cdots ② \\ z + x = 5 \cdots ③ \end{cases}$$

① + ② + ③ より

$$x + y + y + z + z + x = 3 + 4 + 5$$

$$2(x + y + z) = 12$$

$$x + y + z = 6 \cdots \textcircled{4}$$

④に①の $x + y = 3$ を代入すると、 $3 + z = 6 \therefore z = 3$

④に②の $y + z = 4$ を代入すると、 $4 + x = 6 \therefore x = 2$

④に①の $z + x = 5$ を代入すると、 $5 + y = 6 \therefore y = 1$

よって、求める解は $(x, y, z) = (2, 1, 3)$

これで、3元連立方程式を解くことができたんですけど、3元連立はどうしてもミスをしやすいので、答えがまっているか必ず確認するようにした方がいいですよ。

僕もいまだに3元連立方程式を解いた後は必ず確認をするようにしています。自慢じゃないけど、けっこうな確率で間違っています(笑)

間違いやすいので、必ず検算をするようにしてください。今回も $(x, y, z) = (2, 1, 3)$ を元の①, ②, ③に代入をして確認をしてみると全部成立しているよね。

3元連立方程式の考え方

3元連立方程式はどうしても計算ミスをしやすいので、答えがでたあと必ず検算をするようにする。

今回は、簡単な内容でしたが意外に知らない人も多いと思います。速く問題を解ける人を見て「計算が速いんだな」と思う人もいます。

もちろん計算が速いということもあると思いますが、こういった計算を速くする方法をいろいろと知っていて、それらを使っているということも多いです。

また、こういった時間を短くする解法があればどんどん紹介していきたいと思います。それでは、がんばってください。

河見賢司

目指せ偏差値 45 から 55 ! 高校数学の勉強法

<http://www.hmg-gen.com/>

感想はこちらまでメールをください (何か言ってもらえると嬉しいです)

magdai@hmg-gen.com