

こんにちは、河見賢司です。突然なんですが、次の問題を解いてください。

問題

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+2} \text{ を計算せよ。}$$

【解説】

この問題を解いてもらおうと、次のようにする人が多いです。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+2} \\ &= \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{3}+2)}{(1+\sqrt{2})(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{3}+2)} + \frac{(1+\sqrt{2})(\sqrt{3}+2)}{(1+\sqrt{2})(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{3}+2)} + \frac{(1+\sqrt{2})(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{(1+\sqrt{2})(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{3}+2)} \\ &= \dots \end{aligned}$$

分数だから上記のように通分をしたいよね？もちろん上記のようにやっても解けないことないんですけど、少し面倒だよね。

この問題なんですけど、通分をするんじゃなくてそれぞれを有理化して計算をしていく方がだいぶ楽です。

この問題に限らず、数学って複数の解き方があるときってありますよね。そういったときは、問題を解く前に必ずどっちの解きの方が簡単かな？と考えるようにしておいてください。

それから、数学の問題でこの計算は少し面倒だな？と思えるときは、他に解法がある場合が多いです。今回の問題でも

$$\frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{3}+2)}{(1+\sqrt{2})(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{3}+2)} + \frac{(1+\sqrt{2})(\sqrt{3}+2)}{(1+\sqrt{2})(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{3}+2)} + \frac{(1+\sqrt{2})(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{(1+\sqrt{2})(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{3}+2)}$$

はちょっと計算するには面倒そうだよね。面倒だなと思ったら、別の解法はないかな？と考える癖をつけておいてください。それでは、解答に進みます。

【解答】

ここで

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1+\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1} \quad \leftarrow \text{有理化をした} \\ &= \frac{\sqrt{2}-1}{2-1} \\ &= \sqrt{2}-1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \quad \leftarrow \text{有理化をした} \\ &= \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2} \\ &= \sqrt{3}-\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{2}+2} \cdot \frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} \quad \leftarrow \text{有理化をした} \\ &= \frac{2-\sqrt{3}}{4-3} \\ &= 2-\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+2} \\ &= \sqrt{2}-1 + \sqrt{3}-\sqrt{2} + 2-\sqrt{3} \\ &= 1 \quad \leftarrow \text{これが答え} \end{aligned}$$

繰り返しになりますが、問題を解いていて「この解き方は面倒だな」と感じたときは、他に解き方はないのかな？と考えられるようになっておいてください。

それでは、がんばってください。

河見賢司

目指せ偏差値45から55！高校数学の勉強法

<http://www.hmg-gen.com/>

感想はこちらまでメールをください（何か言ってもらえると嬉しいです）

magdai@hmg-gen.com