

氏名 \_\_\_\_\_

座標平面上で、不等式  $y \leq -ax^2 + b$  の表す領域を  $A$  とし、不等式  $x^2 + y^2 \leq 1$  の表す領域を  $B$  とする。ただし、 $a > \frac{1}{2}$  かつ  $b > 0$  とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 放物線  $y = -ax^2 + b$  と  $x$  軸で囲まれた図形の面積  $S$  を  $a, b$  で表せ
- (2)  $B$  が  $A$  に含まれるための必要十分条件は、 $b \geq \frac{1+4a^2}{4a}$  であることを示せ。
- (3)  $B$  が  $A$  に含まれるとき、(1) で求めた面積  $S$  が最小となる  $a, b$  およびそのときの  $S$  を求めよ。