

氏名 _____

正の整数 n に対し n の正の約数すべての和を $\sigma(n)$ とおく。ただし、1 と n も n の約数とする。以下の問いに答えよ。

(1) 素数 p 、正の整数 a に対し、 $n = p^a$ とおく。 $\sigma(n)$ を p と a で表せ。

(2) 相異なる素数 p, q 、正の整数 a, b に対し、 $n = p^a, m = q^b$ とおく。このとき、

$$\sigma(nm) = \sigma(n)\sigma(m)$$

が成立することを証明せよ。

(3) 正の整数 a について $2^a - 1$ が素数とする。このとき、 $n = 2^{a-1}(2^a - 1)$ とおくと、

$$\sigma(n) = 2n$$

が成立することを証明せよ。