

氏名 _____

数列 $\{x_n\}$ を $x_1 = 1, x_2 = 2, x_{n+2} = \frac{2}{x_{n+1}} + x_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定める。また、数列 $\{y_n\}$ は $y_n = x_{n+1}x_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を満たす。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 数列 $\{y_n\}$ の一般項を求めよ

(2) 自然数 n に対して、 $x_{n+2} = \frac{n+1}{n}x_n$ が成り立つことを示せ

(3) 自然数 k に対して、 $x_{2k+1} = \frac{4^k(k!)^2}{(2k)!}$ が成り立つことを示せ