

「自宅で受けられる1対1の個別指導」の詳細は以下をクリック！

<http://www.hmg-gen.com/tuusin.html>

2次関数No.5 「判別式」

こんにちは河見賢司です。今回は2次関数の第5回「判別式」です。

判別式については次のことを覚えてください。

判別式について

2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の判別式を $D = b^2 - 4ac$ とするとき

- (i) $D > 0$ のとき、2次方程式は異なる2つの実数解をもつ。
- (ii) $D = 0$ のとき、2次方程式は重解をもつ。
- (iii) $D < 0$ のとき、2次方程式は実数解をもたない。

判別式については上記の赤枠はほとんどの人が覚えているけど、なぜこうなるか知らない人が多いので一応説明しておきます。

2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ を解の公式を使って解くと $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ となって、判別式 $D = b^2 - 4ac$ は、解の公式を使ったときのルートの中身と一致するよね。

$D > 0$ のときは、 $x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ と $x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ という2つの解が存在します。このことより $D > 0$ のとき、異なる2つの実数解が存在します。

$D = 0$ のときは、解の公式は $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ の $D = b^2 - 4ac = 0$ より

$x = \frac{-b \pm \sqrt{0}}{2a}$ つまり $x = -\frac{b}{2a}$ となるので、2次方程式の解は $x = -\frac{b}{2a}$ がひとつのみ存在することになります。2次方程式の解がひとつのみのとき、重解といいます。

$D < 0$ のときは、 $D = b^2 - 4ac < 0$ となりますが、このとき解の公式のルート中がマイナスとなります。ルートの中がマイナスとなるような実数は存在しないから、

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ をみたすような a, b, c は存在しません。よって、解なしとなります。

判別式の問題に実際に進む前に 2 次不等式について簡単に解説したいと思います。まずは次の補題を解いてみてください。

補題

2 次不等式 $(x - 1)(x - 2) < 0$ を解け

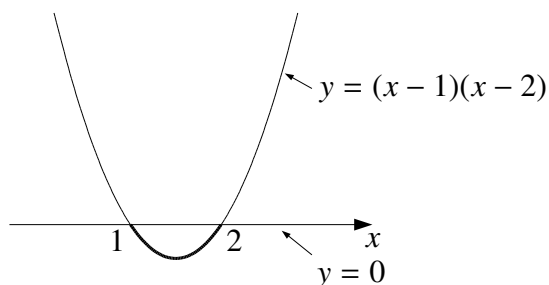
ほとんどの人が一瞬で $1 < x < 2$ って解けたと思うけど、なぜこうなるか理由をしらない人が多いので、説明します。

今後、不等式はいろいろな場面ででてきます。不等式は数式そのもので考える方法と、グラフで考えるという手法があります。どちらも理解してもらわないといけません。今回はグラフで考える手法を紹介します。

グラフで考える手法は、視覚的に理解することができます。

では、実際にこの手法で先ほどの補題 $(x - 1)(x - 2) < 0$ を解いていきます。

まず、 $(x - 1)(x - 2) < 0$ っていうのはどういうことかということ、 $y = (x - 1)(x - 2)$ っていうグラフと $y = 0$ (つまり x 軸) というふたつのグラフをかいたとき $y = (x - 1)(x - 2)$ のグラフの方が $y = 0$ のグラフより下側にあるということです。



上図を見てもらえば分かると思いますが、 $y = (x - 1)(x - 2)$ のグラフの方が $y = 0$ のグラフより下側にあるのはグラフの太線部分です。この太線部分をみたす x の値の範囲が

$1 < x < 2$ なので、不等式 $(x - 1)(x - 2) < 0$ の答えは $1 < x < 2$ となります。

このことを理解した上で次の問題に進んでください。

問題

2次方程式 $x^2 + (k + 2)x + 3k - 2 = 0$ の解の個数を判別せよ。

【解答】

*この問題は、判別式を使って解いていくだけです。

$x^2 + (k + 2)x + 3k - 2 = 0$ の判別式を D とする。

$$\begin{aligned} D &= (k + 2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (3k - 2) \quad \blacktriangleleft D = b^2 - 4ac \text{ より} \\ &= k^2 + 4k + 4 - 12k + 8 \\ &= k^2 - 8k + 12 \\ &= (k - 2)(k - 6) \end{aligned}$$

- (i) $D > 0$ つまり $k < 2, 6 < k$ のとき異なる2つの実数解をもつ。
- (ii) $D = 0$ つまり $k = 2, 6$ のとき重解。
- (iii) $D < 0$ つまり $2 < k < 6$ のとき実数解はない。

今回のプリントはこれで終わりです。今回のところは簡単なので理解できている人も多かったと思います。でも、なぜ $D > 0$ のとき、異なる2つの実数解をもつかということやグラフを使った不等式の解き方は知らなかったという人も多いと思います。簡単どころですが、本当に重要なところなのでしっかりと勉強しておいてください。

【無料で読めるメルマガの紹介】

数学って難しいですね。でも、数学って「このときはこうする」というルールがあっ

てそれをひとつずつ覚えていけば誰でもできるようになります。

「今までの苦労はなんだったの？」と思えるほど、簡単にできるようになりますよ。

「4浪しているのにセンター6割」

→ 「わずか入会8か月後に島根大学医学部医学科に合格！」

本人いわく「悲惨な成績」で限りなく学年で下位

→ 「ぐんぐん成績をあげて筑波大学理工学群現役合格！」

「問題が少し難しくなるととたんに解けなくなる」

→ 「解き方のルールを覚えて難問も解けるようになり東北大学歯学部合格！」

多くの受験生が数学の成績をあげた秘訣を紹介します。

以下の無料メルマガの登録をしてください。無料ですし、いつでも解除できるので登録しないと損ですよ。以下をクリックしてください。

ルールを覚えれば誰でもできる！
あなたの数学の偏差値を70にするメルマガ

<https://hmg-gen.com/merutou.html>

ツイッターやっています

<https://twitter.com/hmggen>

高校数学の勉強法

<https://www.hmg-gen.com/>

医学部数学の勉強法

<https://www.ouen-math.com/>

感想はこちらまでメールをください（何か言ってもらえると嬉しいです）

magdai@hmg-gen.com

河見賢司