

「ルールを覚えれば誰でもできる！あなたの数学の偏差値を70にするプリント」の詳細は以下をクリック！

<http://www.hmg-gen.com/tuusin.html>

「自宅に居ながら1対1の数学の授業が受けられます」の詳細は以下をクリック！

<http://www.hmg-gen.com/tuusin1.html>

2次関数No8

「場合分けの必要な最大値、最小値(グラフが動く)」

こんにちは、河見賢司です。今回は「場合分けの必要な最大値、最小値(定義域が変数)」を解説しました。今回は、前回の続きとして、定義域が定数でグラフに変数が含まれている問題を解説したいと思います。

今回解説する内容は、前回と前々回のプリントさえ理解できていたらごくごく簡単なものです。まだ、見ていない人は、ぜひとも目を通しておいてください。

2次関数 No.6「関数の最大値、最小値の考え方」<http://www.hmg-gen.com/2jino6.pdf>

2次関数 No.7「場合分けの必要な最大値、最小値問題(定義域が変数)」<http://www.hmg-gen.com/2jino7.pdf>

それでは、以下の問題を解いてもらいます。繰り返しになりますが、前回、前々回の内容が理解できていたらごくごく簡単な内容だと思いますよ。

問題

$y = x^2 - 2ax + 1$ の $0 \leq x \leq 2$ における

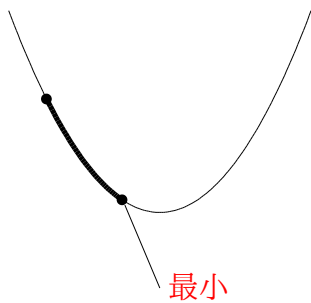
- (1) 最小値を求めよ
- (2) 最大値を求めよ

【(1) の解説】

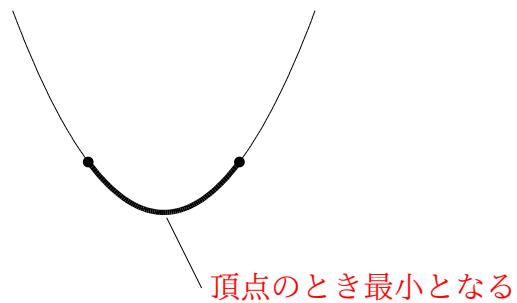
今回は、下に凸な2次関数です。下に凸な2次関数の時は、以下のように3つの場合に場合分けできるんだっただよね。

2次関数の最小値の位置

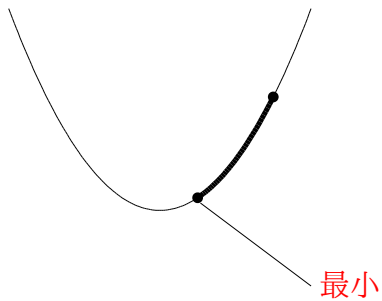
(i) 定義域が軸の左側にあるとき



(ii) 定義域が軸を含んでいるとき



(iii) 定義域が軸の右側にあるとき

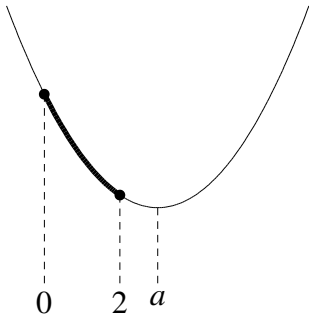


で、今回もこれに合わせて解いていこうと思います。それでは、解答に進みたいと思います。

【(1) の解答】

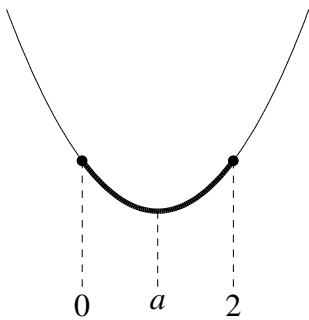
$$y = x^2 - 2ax + 1$$
$$= (x - a)^2 - a^2 + 1$$

(i) $a \geq 2$ のとき



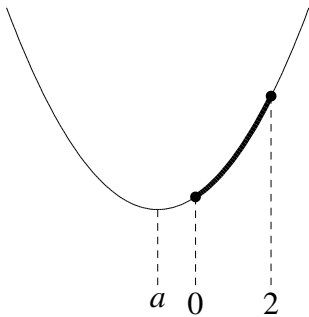
グラフより、 $x = 2$ のとき、最小値 $2^2 - 2a \cdot 2 + 1 = 5 - 4a$ をとる。

(ii) $0 \leq a < 2$ のとき



グラフより、 $x = a$ のとき、最小値 $-a^2 + 1$ をとる。

(iii) $a < 0$ のとき



グラフより、 $x = 0$ のとき、最小値 1 をとる。

【(2) の解説】

次に、(2)に進みたいと思います。(2)の最大値は次のように考えます。最大値の考え方は、2次関数は軸について対称です。ということは、軸から遠いほうが最大値となります。

軸から0までの距離は $|a-0|$ で、軸から2までの距離は $|a-2|$ です。

$|a| > |a-2|$ を解くと、

$$|a| > |a-2|$$

$$a^2 > (a-2)^2 \quad \blacktriangleleft \text{両辺を2乗した}$$

$$a^2 > a^2 - 4a + 4$$

$$4a > 4$$

$$a > 1$$

逆の場合は当然 $a < 1$ です。

これを踏まえて問題を解いていきます。

【(2) の解答】

2次関数は軸について線対称ということを踏まえ、

(i)

$|a-0| > |a-2|$ つまり、 $a > 1$ のとき、 $x=0$ で最大となり、そのときの最大値は1である。

(ii)

$|a-0| = |a-2|$ つまり、 $a=1$ のとき、 $x=0,2$ で最大となり、そのときの最大値は1である。

(ii)

$|a-0| \leq |a-2|$ つまり、 $a \leq 1$ のとき、 $x=2$ で最大となり、そのときの最大値は $5-4a$

である。

この最大値の求め方は、他にも図を使って求めたり、軸の位置で考える手法もあります。どの手法で覚えてもらってもいいので、確実に問題を解けるようになっておいてください。

「ユーチューブでの動画解説」(⇐ [左の文字をクリックすると、ユーチューブで動画で解説しています。こっちの方が分かりやすいと思いますよ](#))

数学って難しいですね。でも、数学って「このときはこうする」というルールがあってそれをひとつずつ覚えていけば誰でもできるようになります。

「今までの苦労はなんだったの?」と思えるほど、簡単にできるようになりますよ。

「4浪しているのにセンター6割」→「入会8か月後に島根大学医学部医学科に合格!」

本人いわく「悲惨な成績」で限りなく学年で下位→「ぐんぐん成績をあげて筑波大学理工学群現役合格!」

「問題が少し難しくなるととたんに解けなくなる」→「解き方のルールを覚えて難問も解けるようになり東北大学歯学部合格!」

多くの受験生が数学の成績をあげた秘訣を紹介します。

以下の無料メルマガの登録をしてください。無料ですし、いつでも解除できるので登録しないと損ですよ。以下の枠をクリックしてください。

ルールが分かれば誰でもできる!
あなたの数学の偏差値を70にするメルマガ

ラインでも配信しています。ラインの方は以下よりお願いします。

ラインで登録する！

ツイッターやっています。

<https://twitter.com/hmggen>

高校数学の勉強法

<http://www.hmg-gen.com/>

医学部数学の勉強法

<https://www.ouen-math.com/>

感想はこちらまでメールをください（何か言ってもらえると嬉しいです）

magdai@hmg-gen.com

河見賢司