

「ルールを覚えれば誰でもできる！あなたの数学の偏差値を70にするプリント」の詳細は以下をクリック！

<https://www.hmg-gen.com/tuusin.html>

「自宅に居ながら1対1の数学の授業が受けられます」の詳細は以下をクリック！

<https://www.hmg-gen.com/tuusin1.html>

---

## 場合の数 その1

こんにちは、河見賢司です。今回から何回かにわたって場合の数を説明したいと思います。

場合の数ってなんとなく意味も分からずに解いている人が多いけど、しっかりと意味を理解しながら解いていかないと、少し難しくなるととたんにできなくなります。

これまで多くの人々の答案を見てきましたが、本当におかしな解き方をしている人が多いです。「なんでこうなったの？」と聞くと本当に意味の分からない説明をします。意味が分からないというよりも解いた生徒本人も自分が何をやっているのかということが分かっていないということが多いです。

場合の数は、難しい問題になると確かにややこしいですがこれから話すような内容をひとつずつ理解していくとそれほど難しくありません。それでは、がんばっていきましょう。

それでは、場合の数の解説に進みます。まずは、次のことを覚えてください。

### 場合の数の考え方

場合の数の問題で、「そして」と日本語に直せるとき掛け算で考える！

いきなり、『そして』に直せるときは掛け算で考える」と言われてもよく分からないと思うので、次の問題を通して理解してってください。

### 問題 1

1～5 までの 5 つの自然数から異なる 3 個を使って 3 ケタの整数をつくる。このとき 3 ケタの整数は何通りできるか求めよ。

### 【考え方】

3 ケタの整数を作るのは次のような日本語に直せるんじゃない？

「まず百の位の数を選ぶ」そして「十の位の数を選ぶ」そして「一の位の数を選ぶ」

上記のように日本語で、「そして」をつけて直すことができたよね？だから、今回の問題では掛け算を使います。

もし今回、{「まず百の位の数を選ぶ」または「十の位の数を選ぶ」または「一の位の数を選ぶ」}と考えたら、日本語としておかしくなるよね。(← この説明は、少し数学的に考えると論理性が欠けるかもしれませんが。でも、言わんとしていることはわかるよね。「そして」ではつながるけど、「または」は日本語としておかしいです。)

\*場合の数では、掛け算か足し算か混同しちゃっている人が多いですけど、こういうふうに理解したら、まず間違えることはないと思います。どういったとき掛け算でなく足し算になるかは、問題 2 で解説しています。

百の位の選び方 … 1～5 の 5 通り

十の位の選び方 … 1～5 の 5 個の自然数のうち、百の位で選んだ数を除く 4 通り

一の位の選び方 … 1～5 の 5 個の自然数のうち、百の位と十の位で選んだ数を除く 3 通り

### 【解答】

$$5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$$

よって 60 個 ◀ **これが答え**

これで、どのように日本語に直せるか理解できたよね。重要だからもう一度言っておく

けど、「日本語で『そして』と直せるときは掛け算をする」ということを覚えておいてください。

上記のような解き方をすると、「どうして百の位から考えたんですか？十の位や一の位から考えたらダメなんですか？」と聞かれることがあります。この問題の場合は別に、どの順番で考えてもらってもかまいません。

例えば、小さい桁から順に考えて、「まず一の位を選ぶ」そして「十の位を選ぶ」そして「百の位を選ぶ」としてもらってもかまいません。

この場合は、

一の位の選び方 … 1～5の5通り

十の位の選び方 … 1～5の5個の自然数のうち、一の位で選んだ数を除く4通り

百の位の選び方 … 1～5の5個の自然数のうち、一の位と十の位で選んだ数を除く3通り

上記のようになるので、 $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ となり、60通りと答えは当然同じです。

今回の場合は、どの順番で考えてもいいです。ですが、場合の数は、きちんと順番を考えないといけないものも存在します。

#### 場合の数の考え方

場合の数は制限の強い順から考える！

制限の強い順と言っても分からないと思うので、次の問題を通して説明をしたいと思います。

#### 問題2

0～5までの6つの整数から異なる3個を使って3ケタの整数をつくる。

- (1) 全部で何個できるか
- (2) 偶数は何個できるか

## 【(1) の解説】

問題1は、1～5までの数字だったから制限がなかったけど、今回は制限があるよね？ということかという、百の位の数、0がくることはできない(←百の位の数、0だと、3ケタの数にはならないので百の位に0がきてはダメ)という制限がきます。

十の位、一の位は0が来てもいいから何も制限はないよね？ということは、今回は百の位には0が来たらダメという制限があって、十の位、一の位には制限が何もありません。

さっき説明したように、「場合の数は、制限の強い方から考える」のですから、今回の問題は、まず百の位を考えます。そのあとの、十の位、一の位は制限がないのでどちらから考えても別にいいです。

今までのことを踏まえて、日本語に直すと

「まず百の位の数を選ぶ」そして「十の位の数を選ぶ」そして「一の位の数を選ぶ」となります。

今回は「百の位」だけに制限があり、「十の位」と「一の位」には制限がないので、「十の位」と「一の位」は逆になってもいいです。

百の位の選び方 … 0～5の6個の数のうち、0を除く5通り

十の位の選び方 … 0～5の6個の整数のうち、百の位で選んだ数を除く5通り

一の位の選び方 … 0～5の6個の整数のうち、百の位と十の位で選んだ数を除く4通り

## 【(1) の解答】

$5 \cdot 5 \cdot 4 = 100$  よって、100個 ◀これが答え

## 【(2) の解説】

一番最初に「『そして』と直せるときは掛け算を使う」と言いましたが、これとあわせて次のことを覚えておいてください。

## 場合の数の考え方

場合の数の問題では、「または」と日本語に直せるときや場合分けできるときは足し算をする。

どういうことかと言うと、これもまた問題を通して解説していきます。まず、分かっていると思うけど偶数となるのは、下一桁が偶数のときだよね？

だから、一の位は0～5の偶数がくればいんだけど、この中で偶数は0、2、4の3通り、これで計算できたらいいんだけど、一の位に0が来るときと、2 or 4が来るときは計算結果が変わってきます。

なぜかといえば、(1)を思い出してほしいんだけど0があると百の位は0がくることはできないので…ということを考えないといけない！一方で、一の位で0を使ったときは、もう0はないので百の位にはどの数字もくることができる…計算の仕方が違うので、一の位が0になるかどうかで場合分けをしないとイケない！

場合の数で、場合分けは足し算といういうことを踏まえてこの問題を考えていきます。

(i) 一の位が2または4のとき

確率は、制限の強い方から考えるんだったけど、この場合一番制限の強いのは「一の位」です。で、次は「百の位」です。なぜかと言うと、百の位は0が来ることはできませんが、十の位は0を含めて何がきてもいいので、百の位の方が制限が強いです。これらのことを踏まえて、日本語に直すと

「まず一の位の数を選ぶ」そして「百の位の数を選ぶ」そして「十の位の数を選ぶ」と日本語に直すことができます。

一の位の選び方 … 2または4の2通り

百の位の選び方 … 0～5の6個の整数のうち、一の位で選んだ数と0を除く4通り

十の位の選び方 … 0～5の6個の整数のうち、一の位で選んだ数と百の位で選んだ数を除く4通り

よって、この場合  $2 \cdot 4 \cdot 4 = 32$  個となります。

次に、一の位が0のときです。

(ii) 一の位が0のとき

この場合、一の位で0を使っているので、百の位にはどの数字もくることができます。ですから、百の位も十の位も制限がないので、(i)の場合と違い百の位、十の位どっちから考えてもいいです。日本語に直すと次のようになります。

「まず一の位の数を選ぶ」そして「百の位の数を選ぶ」そして「十の位の数を選ぶ」

今回は、「百の位」と「十の位」に制限はないので、上記が逆になってももちろんOKです。

一の位の選び方 … 0の1通り

百の位の選び方 … 0～5の6個の整数のうち、一の位で使った0を除く5通り

十の位の選び方 … 0～5の6個の整数のうち、一の位で使った0と百の位で選んだ数を除く4取り

よって、 $1 \cdot 5 \cdot 4 = 20$ 個

場合の数で、場合分けは足し算なので(i)の場合と(ii)の場合を足し合わせて、求める場合の数は $32 + 20 = 52$ となります。

## 【(2)の解答】

偶数となるとき、一の位が偶数となる。

(i) 一の位が2または4のとき

$2 \cdot 4 \cdot 4 = 32$ 個

(ii) 一の位が0のとき

$1 \cdot 5 \cdot 4 = 20$ 個

(i),(ii)より、求める場合の数は $32 + 20 = 52$ 個 ◀ **これが答え!**

(2) なのですが、別解があります。余事象という方法なのですが、(すべての整数)=(偶数)+(奇数)なんだよね？

さっきの解法では、偶数を直接求めたけど場合分けが必要で少し面倒だったよね(このくらいはそれほど面倒じゃなかったかもしれないですが…)、でも奇数だったら場合分けが必要ないんだ。で、(すべての整数)=(偶数)+(奇数)を偶数について解くと(偶数)=(すべての整数)-(奇数)となります。

こういうふうを求める解法を余事象といいます。余事象の考えは場合の数では本当に重要になってくるので、今後詳しく解説したいと思います。現段階では、こんな解き方もあるんだな、といった程度で別にいいです。では、与事象を使った別解です。

奇数となる時、一の位が奇数であるので、一番制限が強いのは「一の位」です。次に制限が強いのは「百の位」です。なぜかという「百の位」には0が来たらダメという制限があるからです。最後に「十の位」です。これらを踏まえて日本語に直すと

「まず一の位の数を選ぶ」そして「百の位の数を選ぶ」そして「十の位の数を選ぶ」となります。

一の位の選び方… 1、3、5の3通り

百の位の選び方… 0～5の6個の整数のうち、一の位で選んだ数と0を除く4通り

十の位の選び方… 0～5の6個の整数のうち、一の位で選んだ数と百の位で選んだ数を除く4通り

よって、求める場合の数は  $3 \cdot 4 \cdot 4 = 48$  個です。

(1)より、全体は100個あり、今求めたように奇数が48個あるので、偶数は  $100 - 48 = 52$  個あります。

## 【(2)の別解】

奇数は  $3 \cdot 4 \cdot 4 = 48$  個。全体の数は(1)より100個ある。よって、偶数は  $100 - 48 = 52$  個 ◀これが答え！

## 【注】

今回のプリントでは、「または」は足し算と話しました。ですが、これは厳密に言うと、事象Aと事象Bが背反という前提がつきます。

事象  $A$  と事象  $B$  が背反とは、「 $A$  と  $B$  が同時に起こることはない」ということです。

例えば、さっきの問題では「一の位が0」または「一の位が0 意外の数」で場合分けをしました。この2つの事象は背反だよね。

だって、「一の位が0」かつ「一の位が0 以外の数」なんてことはありえないよね（← 当たり前すぎてかえって分かりにくいかもしれませんが、少し考えたら分かると思いますよ）。

だから、このふたつの事象は背反です。背反のときは、単純に足してもらえばOKです。背反か背反でないかは簡単に分かる場合がほとんどです。だから、とりあえず「『または』は足し算」と思ってもらったらいいですよ。

ちなみに、背反ではないときは、 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$  の公式を使って、場合の数を求めてもらったらOKです。

これで今回のプリントは終わりです。どうだったでしょうか？今回扱った問題は、本当に一番基本的とっていいくらい簡単な問題だったですけど、場合の数の考え方を理解できていなかったという人も多いと思います。

最初に言いましたが、場合の数はしっかりと論理的に考えていかないと難しくなると急にできなくなってきます。まずは、簡単な問題が中心にはなりますが、ひとつずつ丁寧に理解していきましょう。それでは、がんばってください。

## 【無料で読めるメルマガの紹介】

---

数学って難しいですよ。でも、数学って「このときはこうする」というルールがあってそれをひとつずつ覚えていけば誰でもできるようになります。

「今までの苦労はなんだったの？」と思えるほど、簡単にできるようになりますよ。



「4浪しているのにセンター6割」

→ 「わずか入会8か月後に島根大学医学部医学科に合格！」

本人いわく「悲惨な成績」で限りなく学年で下位

→ 「ぐんぐん成績をあげて筑波大学理工学群現役合格！」

「問題が少し難しくなるととたんに解けなくなる」

→ 「解き方のルールを覚えて難問も解けるようになり東北大学歯学部合格！」

多くの受験生が数学の成績をあげた秘訣を紹介します。

以下の無料メルマガの登録をしてください。無料ですし、いつでも解除できるので登録しないと損ですよ。以下をクリックしてください。

ルールを覚えれば誰でもできる！  
あなたの数学の偏差値を70にするメルマガ

<https://hmg-gen.com/merutou.html>



---

ツイッターやっています

<https://twitter.com/hmggen>

高校数学の勉強法

<https://www.hmg-gen.com/>

医学部数学の勉強法

<https://www.ouen-math.com/>

感想はこちらまでメールをください（何か言ってもらえると嬉しいです）

[magdai@hmg-gen.com](mailto:magdai@hmg-gen.com)

河見賢司