「ルールを覚えれば誰でもできる！あなたの数学の偏差値を７０にするプリント」の詳細は以下をクリック！
https://www.hmg-gen.com/tuusin.html

「自宅に居ながら１対１の数学の授業が受けられます」の詳細は以下をクリック！
https://www.hmg-gen.com/tuusin1.html

場合の数　その５

こんにちは、河見賢司です。今回は、場合の数の第５回です。

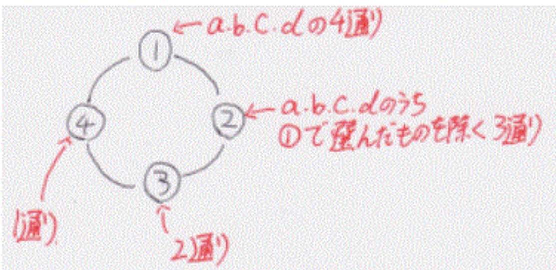
今回のテーマは「円順列」です。突然ですが、次の問題を解いてください。

問題１

a, b, c, d と書かれたカードを円形に並べるときの場合の数を求めよ

【解説】

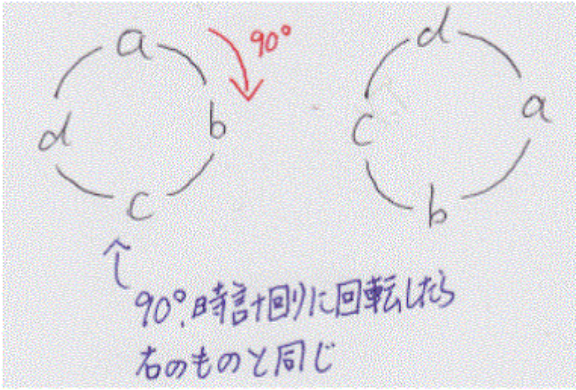
円順列を勉強した人なら、まず間違えることはないと思うけど、何も勉強をしたことのない人は次のように考える人が多いと思います。



よって求める場合の数は、$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ 通り

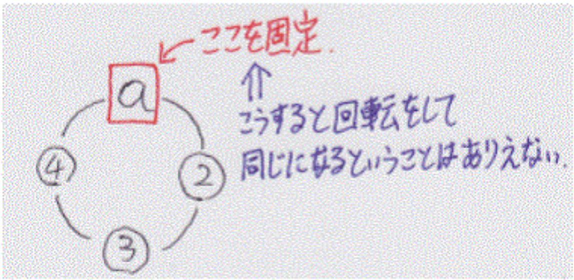
でも、この答えは間違っています。数学では、円形に並べるとき次のように１回転させ

ると同じ並び方になるものを、同じものとして考えます。



上記のように回転させたら同じものになるものは、同じものとみなします。ですから、円形に並べるときは、何も考えずに単に 4! としては間違ってしまいます。

そこで、円順列のときはだぶりが存在しないようにするためにひとつを固定して考えることとします。



上図のように、例えば一番上を a に固定したら、一番上には絶対に a がこないといけないんだから、回転させても同じになることはありえないよね。

後は、残ったカードの b, c, d を ②, ③, ④ に入れていけばいいので、求める場合の数は $3!$ となります。

これらのことを一応まとめておきます。

円順列

円順列の問題では、ひとつを固定して考える。

また、異なる n 個のものを円形にならべたときの場合の数は、$(n-1)!$ である。

それでは、円順列に関する問題を２問ほど解いてもらいます。円順列の問題は、ひとつを固定して考えるということがポイントです。

【解答】

異なる４個のものを円形に並べる場合の数より、$(4-1)! = \mathbf{6}$ 通り。

問題２

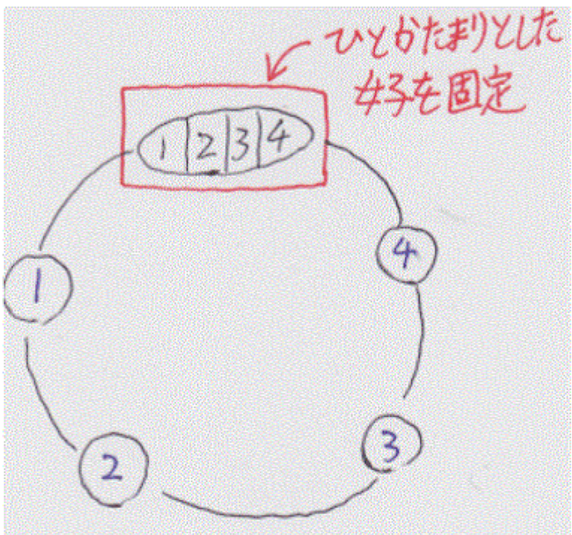
男子４人、女子４人が円形テーブルに座るとき、次のような並び方は何通りあるか

(1) 女子４人が続けて並ぶ　　(2) 男女が交互に並ぶ

【解説】

円順列の前に、「女子４人が続けて並ぶ」という表現をみたら「ああ、女子をひとかたまりとみなすんだな」と思えるようになっていて欲しいです。(⇐もし、これでピンとこない人は、http://www.hmg-gen.com/baai2.pdf の問題２を見てください)

円順列だから、ひとつを固定して考えます。どれを固定してもらってもいいけど、今回はひとかたまりとした女子を固定して考えようと思います。



上記のようになるので、男子は上記の①などと書かれているところに入れていけばいいので、$4!$ です (5つのものを円形に並べるので、公式を使って $(5-1)!$ としてもらってもいいですが、これは固定して考えるということを踏まえると当たり前だよね)。

後は、女子の並べ方を考えないといけません。女子は４人を一列に並べるので $4!$ です。

これらをあわせて、求める場合の数は $4!\times 4!$ となります。それでは、解答に進みます。

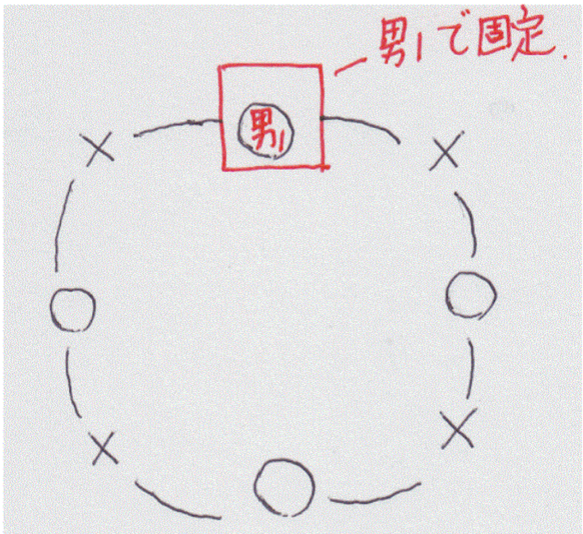
【(１) の解答】

女子４人をひとかたまりにして考える。求める場合の数は、次のようになる。

$4!\times 4! =$ **576** 通り

【(２) の解説】

これも円順列の問題ですが、順列さえ理解していればごくごく簡単な問題だと思います。



上図のように、男子を固定します。そうすると、残りの ○ に男子を入れて ($3!$ 通り)、$\times$ に女子を入れたら ($4!$ 通り) いいので、求める場合の数は $3!\cdot 4!$ となります。

【(２) の解答】

$3!\cdot 4! =$ **144** 通り

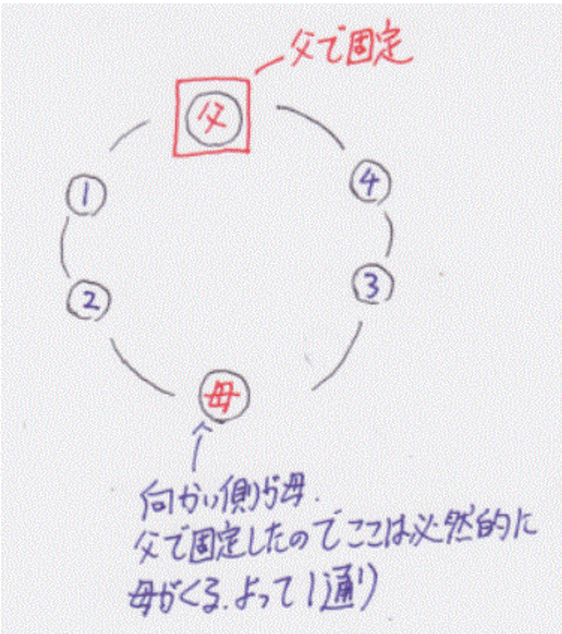
それでは、最後にもう一問解いてもらいます。

問題３

家族 (父、母、子供４人) が円形に座る。父と母は向かい合って座る。このときの並び方は何通りあるか

【解説】

これも円順列なので、固定をして考えます。



図のように、父を固定すると向かい側は母がこないといけないので、向かい側の場合の数は１通りです。

残った ◯ ４つに子供が入ったらいいので $4!$ となります。

よって、求める場合の数は $4!$ となります。

【解答】

図のように、父に固定すると向かい側には母がくる。残りの４つの◯に４人の子供が来るので、求める場合の数は $4! =$ **24** 通りとなる。

今回のプリントはこれで終わりです。円順列を解説しましたがどうだったでしょうか？ひとつを固定するという考えさえ理解できたら簡単だったと思います。

次回は、場合の数の第６回で組みわけの問題を解説したいと思います。それでは、がんばってください。

【無料で読めるメルマガの紹介】

数学って難しいですよね。でも、数学って「このときはこうする」というルールがあってそれをひとつずつ覚えていけば誰でもできるようになります。

「今までの苦労はなんだったの？」と思えるほど、簡単にできるようになりますよ。

「４浪しているのにセンター６割」
→「わずか入会８か月後に島根大学医学部医学科に合格！」

本人いわく「悲惨な成績」で限りなく学年で下位
→「ぐんぐん成績をあげて筑波大学理工学群現役合格！」

「問題が少し難しくなるととたんに解けなくなる」
→「解き方のルールを覚えて難問も解けるようになり東北大学歯学部に合格！」

多くの受験生が数学の成績をあげた秘訣を紹介します。

以下の無料メルマガの登録をしてください。無料ですし、いつでも解除できるので登録

しないと損ですよ。以下をクリックしてください。

ルールを覚えれば誰でもできる！
あなたの数学の偏差値を７０にするメルマガ

https://hmg-gen.com/merutou.html

ツイッターやっています
https://twitter.com/hmggen

高校数学の勉強法
https://www.hmg-gen.com/

医学部数学の勉強法
https://www.ouen-math.com/

感想はこちらまでメールをください（何か言ってもらえると嬉しいです）
magdai@hmg-gen.com

河見賢司