「自宅に居ながら１対１の数学の授業が受けられます」の詳細は以下をクリック！
https://www.hmg-gen.com/tuusin.html

「ルールを覚えれば誰でもできる！あなたの数学の偏差値を７０にするプリント」の詳細は以下をクリック！
https://www.hmg-gen.com/tuusin1.html

質問内容

以下のような確率の問題です。

Ａ君とＢ君がゲームをする。Ａ君の勝つ確率は $\frac{1}{3}$、Ｂ君の勝つ確率は $\frac{2}{3}$ で引き分けはないものとする。

５試合ゲームをしたときＡ君が３勝２敗である確率を求めよ

といったような問題で、解答が ${}_5C_3\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)^2$ となるということ自体は分かるのですが、これってどういうふうに考えているのですか？これまで、何か解き方を覚えて解いていました。

【回答】

そうですね、確かに解ける人は多いですがなぜこうなるか意味を教えてくれる学校は少ないです。僕も、高校生のときは解き方を覚えて解いていました。

これって意外に簡単に理解できますよ。上記の問題では少し場合分けが多くなるので、まずは次のような簡単な問題で解説をしたいと思います。

問題

Ａ君とＢ君がゲームをする。Ａ君の勝つ確率は $\frac{1}{3}$、Ｂ君の勝つ確率は $\frac{2}{3}$ で引き分けはないものとする。

３試合ゲームをしたときＡ君が２勝１敗である確率を求めよ

【解説】

３試合して、Ａ君が２勝１敗となる場合は次の３通りが考えられるよね。

○ ○ × (⇐ １，２試合目にＡが勝って、３試合目にＢが勝つ)

上記のような場合の確率は $\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}=\left(\frac{1}{3}\right)^2\cdot\frac{2}{3}$ となります。

次に

○ × ○ (⇐ １，３試合目にＡが勝って、２試合目にＢが勝つ)

このときの確率は $\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}=\left(\frac{1}{3}\right)^2\cdot\frac{2}{3}$ となります。

最後に

× ○ ○ (⇐ ２，３試合目にＡが勝って、１試合目にＢが勝つ)

このときの確率は $\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}=\left(\frac{1}{3}\right)^2\cdot\frac{2}{3}$ となります。

このことで何を言いたいかと言えば、Ａ君の２勝１敗であれば勝ち負けの順番にかかわらず確率は $\left(\frac{1}{3}\right)^2\cdot\frac{2}{3}$ です。

確率で場合分け (＊厳密に言えば、事象が排反のときです) のときは足し算で計算をしていきます。

今回は○ ○ ×の場合、○ × ○の場合、× ○ ○の場合の確率をそれぞれ足し合わせていきますが、全ての場合において確率が $\left(\frac{1}{3}\right)^2\cdot\frac{2}{3}$ なので、これらを３回足し合わせるの

で求める確率は $3\times\left(\frac{1}{3}\right)^2\cdot\frac{2}{3}$ となります。

この問題を公式のように解いて、${}_3C_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\cdot\frac{2}{3}$ のように解いている人がいると最初に話しましたが、これで分かってもらったと思いますが最初の ${}_3C_2$ というのは○ 2つと × 1つを1列に並べる時の場合の数のことです。

質問の問題に戻ります。

問題

Ａ君とＢ君がゲームをする。Ａ君の勝つ確率は $\frac{1}{3}$、Ｂ君の勝つ確率は $\frac{2}{3}$ で引き分けはないものとする。

５試合ゲームをしたときＡ君が３勝２敗である確率を求めよ

【解説】

この問題の答えは ${}_5C_2\left(\frac{1}{3}\right)^3\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^2$ です。この ${}_5C_2$ というのは当然○ 3つと × 2つを1列に並べたときの場合の数です。

○ 3つと × 2つを1列に並べたときの場合の数は、$\frac{5!}{3!\,2!}$ と思っている人もいると思います。計算してもらえば分かると思いますが ${}_5C_2=\frac{5!}{3!\,2!}$ です。

これはどちらで計算をしてもらってもいいですが、僕の場合1列に並べるときは $\frac{5!}{3!\,2!}$ の方が慣れているのでこちらを使うようにしています。

また今回は○ か × の2種類だったので組み合わせの計算法でも考えることができました。

でも、例えば勝ち負け引き分けの3種類あるときの計算は組み合わせの解き方では場合の数を求めることができないので、分数で求めるしかありません。

いちいち区別するのは面倒なので僕の場合、分数で計算をするようにしています。

まあ、どっちで解いていってもいいけど、しっかりと理解した上で解いていくようにしてくださいね。

では、これまでの復習として次の問題を解いてください。

問題

Ａ君とＢ君がゲームをする。Ａ君の勝つ確率は $\frac{1}{5}$、Ｂ君の勝つ確率は $\frac{2}{5}$ で引き分けとなる確率は $\frac{2}{5}$ である。

６試合ゲームをしたときＡ君の１勝２敗３引き分けである確率を求めよ

【解説】

先ほどのことを理解しておけば簡単だと思います。

Ａ君の勝ちを○、Ａ君の負けを×、引き分けを△とします。１勝２敗３引き分けのときは○１つ、×２つ、△３つを１列に並べるときの場合の数は $\frac{6!}{1!\,2!\,3!}$ となります。

【解答】

$$\frac{6!}{1!\,2!\,3!}\left(\frac{1}{5}\right)^1\left(\frac{2}{5}\right)^2\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \mathbf{\frac{384}{3125}}$$

今回の解説プリントはこれで終わりです。知っている人もいたとは思いますけど、普段高校生に数学を教えていて理解できていない人が多いので話をしました。プリントを読んでもらえば分かると思いますが、ごくごく簡単な内容なのでしっかりと理解しておいてください。

【無料で読めるメルマガの紹介】

数学って難しいですよね。でも、数学って「このときはこうする」というルールがあってそれをひとつずつ覚えていけば誰でもできるようになります。

「今までの苦労はなんだったの？」と思えるほど、簡単にできるようになりますよ。

「４浪しているのにセンター６割」
→「わずか入会８か月後に島根大学医学部医学科に合格！」

本人いわく「悲惨な成績」で限りなく学年で下位
→「ぐんぐん成績をあげて筑波大学理工学群現役合格！」

「問題が少し難しくなるととたんに解けなくなる」
→「解き方のルールを覚えて難問も解けるようになり東北大学歯学部に合格！」

多くの受験生が数学の成績をあげた秘訣を紹介します。

以下の無料メルマガの登録をしてください。無料ですし、いつでも解除できるので登録しないと損ですよ。以下をクリックしてください。

ルールを覚えれば誰でもできる！
あなたの数学の偏差値を７０にするメルマガ
https://hmg-gen.com/merutou.html

ツイッターやっています
https://twitter.com/hmggen

高校数学の勉強法
https://www.hmg-gen.com/

医学部数学の勉強法
https://www.ouen-math.com/

感想はこちらまでメールをください（何か言ってもらえると嬉しいです）
magdai@hmg-gen.com

河見賢司