

「自宅に居ながら1対1の数学の授業が受けられます」の詳細は以下をクリック！

<https://www.hmg-gen.com/tuusin.html>

「ルールを覚えれば誰でもできる！あなたの数学の偏差値を70にするプリント」の詳細は以下をクリック！

<https://www.hmg-gen.com/tuusin1.html>

問題

不等式 $4x + 2 < 3a$ をみたす x の最大の整数値が5であるとき、定数 a の値の範囲を求めよ。

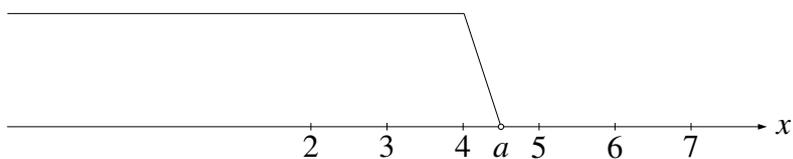
【解説】

少し問題がややこしいので、以下の補題を解いてから、この問題を解いていくことにします。

補題

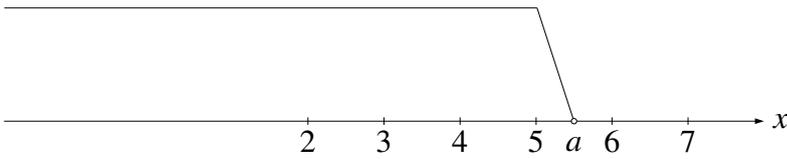
不等式 $x < a$ をみたす x の最大の整数値が5であるとき、定数 a の値の範囲を求めよ。

少しずつ考えていくことにするね。



例えば、上記のように a が4と5の間にあるとき、この不等式に含まれる最大の整数 x は4になるよね。この場合、不適です。

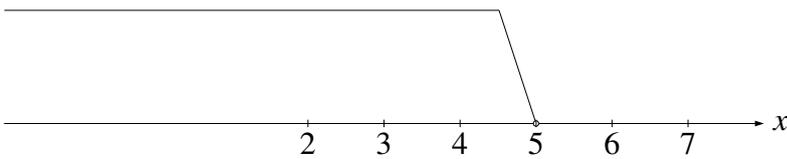
で、同じようにしていろいろと考えていけば分かるけど、最大の整数 x が5になるのは、以下のようなときです。



上記のように a が 5 と 6 の間にあるとき、 $x < a$ に含まれる最大の整数が 5 になってくれます。つまり、とりあえず $5 < a < 6$ だったらいいんだよね。

ただ、ここから 不等式の等号にイコールが入るかどうかが 丁寧に考えていかないとけません。

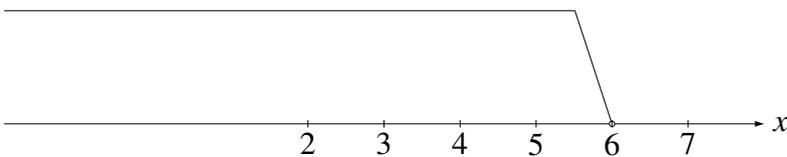
$5 < a < 6$ の左側の不等式にイコールが入るかどうかが考えていきます。 $a = 5$ のとき、 $x < a$ は $x < 5$ です。これを数直線で表すと以下のようになります。



このとき、 $x = 5$ は白丸だから範囲に含まれないんだよね。ということは、この不等式に含まれる最大の整数は 4 となります。

今回は、最大の整数は 5 でないといけないので、条件を満たしません。よって、 $a = 5$ の場合は不適です。

そして、もう一方の不等式で $a = 6$ になるときを考えます。このとき、 $x < a$ は $x < 6$ となります。数直線に書いてみると以下のようになります。



このとき $x < 6$ と 6 の部分は白丸で含みません。ということは、 $x < 6$ に含まれる最大の整数は 5 です。ということは、「最大の整数値が 5」という問題の条件に合致していません。だから、 $a = 6$ は答えに含みません。

以上より、 $5 < a < 6$ で $a = 5$ は含まず、 $a = 6$ は含むので合わせて答えは $5 < a \leq 6$ となります。

まず、 $5 < a < 6$ がひとつめのハードル。そして、それぞれにイコールが入るかどうかがふたつめのハードルです。難しいと思うけど、しっかりと理解してくださいね。

以上のことを踏まえて、今回の問題に進みます。少し間があったので、もう一度問題を書いておきます。

問題

不等式 $4x + 2 < 3a$ をみたす x の最大の整数値が 5 であるとき、定数 a の値の範囲を求めよ。

【解説】

まず、不等式 $4x + 2 < 3a$ を x について解いてみるね。

x について解くと、 $x < \frac{3a-2}{4}$ となります。で、最大の整数値が 5 であるといっています。このとき、 $5 < \frac{3a-2}{4} \leq 6$ を満たすんだよね (← 補題と同じように考えます)。

後は、この不等式を解いていけば OK です。通常 $A < B < C$ の形をしている不等式のときは、 $A < B < C$ であることは $A < B$ かつ $B < C$ であることと同値なので、 $A < B$ と $B < C$ のふたつの不等式をそれぞれ解いて共通な部分が答えとしてやっていくことが多いです。

今回の不等式でもそうやって解いても OK です。ただ、解答に記すように徐々に a につ

いて解いていくという方法の方がラクだと思います。それでは、解答に進みます。

【解答】

$4x + 2 < 3a$ を x について解くと $x < \frac{3a-2}{4}$ となる。

最大の整数値は5であるとき、 $5 < \frac{3a-2}{4} \leq 6$ となる。

$$5 < \frac{3a-2}{4} \leq 6$$

$$20 < 3a - 2 \leq 24 \quad \blacktriangleleft \text{すべての辺に4をかけた!}$$

$$22 < 3a \leq 26 \quad \blacktriangleleft \text{すべての辺に2を加えた!}$$

$$\frac{22}{3} < a \leq \frac{26}{3} \quad \blacktriangleleft \text{すべての辺を3で割った!これが答えとなる!!}$$

今回の問題はどうかだったでしょうか。イコールが入るか、入らないか？を考えることがひとつのポイントですよ。

丁寧にひとつずつ考えていけば、イコールが入るかどうかが理解できると思います。重要な問題です。しっかりと理解しておいてください。

【無料で読めるメルマガの紹介】

数学って難しいですよ。でも、数学って「このときはこうする」というルールがあってそれをひとつずつ覚えていけば誰でもできるようになります。

「今までの苦労はなんだったの？」と思えるほど、簡単にできるようになりますよ。

「4浪しているのにセンター6割」

→ 「わずか入会8か月後に島根大学医学部医学科に合格！」

本人いわく「悲惨な成績」で限りなく学年で下位

→ 「ぐんぐん成績をあげて筑波大学理工学群現役合格！」

「問題が少し難しくなるととたんに解けなくなる」

→ 「解き方のルールを覚えて難問も解けるようになり東北大学歯学部合格！」

多くの受験生が数学の成績をあげた秘訣を紹介します。

以下の無料メルマガの登録をしてください。無料ですし、いつでも解除できるので登録しないと損ですよ。以下をクリックしてください。

ルールを覚えれば誰でもできる！
あなたの数学の偏差値を70にするメルマガ

<https://hmg-gen.com/merutou.html>



ツイッターやっています

<https://twitter.com/hmggen>

高校数学の勉強法

<https://www.hmg-gen.com/>

医学部数学の勉強法

<https://www.ouen-math.com/>

感想はこちらまでメールをください（何か言ってもらえると嬉しいです）
magdai@hmg-gen.com

河見賢司