

「自宅に居ながら1対1の数学の授業が受けられます」の詳細は以下をクリック！

<https://www.hmg-gen.com/tuusin.html>

「ルールを覚えれば誰でもできる！あなたの数学の偏差値を70にするプリント」の詳細は以下をクリック！

<https://www.hmg-gen.com/tuusin1.html>

問題

1以上700以下の整数で、700と互いに素な整数は何個あるか。

【解説】

「互いに素」を扱う問題です。単元としては、整数の問題です。

互いに素は苦手になっている人が多いです。でも、大学受験ではよく出てくるのでしっかりと理解しておいてくださいね。

「 m と n が互いに素」とは「 m と n が1以外に約数を持たない」ということです。これは、「 m と n の最大公約数が1である」と言い換えることもできますよ。

で、そこでどうしようかな？と考えます。700と互いに素、と言っているのでとりあえず700を素因数分解していくことにするね。

700の素因数分解は何だけど、中学生のときにしたようにまず700を2で割って、次に350を2で割って…としてもいいけど、次のようにした方が簡単に求めることができますよ。

$700 = 7 \times 10^2 = 7 \times (2 \times 5)^2 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7$ と因数分解できます。

で、今回は「互いに素」っていつているけど、「互いに素でない」の方が求めやすそうな

ので、「互いに素でない」を求めていくことにするね。

$700 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7$ と素因数分解されるんだから、700と互いに素でない整数は「2の倍数、または、5の倍数、または、7の倍数」となります。

で、ここからは集合の公式 $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$ の公式を使って求めます。

今回、集合 A を2の倍数、集合 B を5の倍数、集合 C を7の倍数とします。

$n(A) = 350, n(B) = 140, n(C) = 100$ です。

m と n が互いに素なとき、 m かつ n の倍数は、 mn の倍数ですよ。

これは、互いに素が必要だから覚えておいてね。2かつ5の倍数は2かつ5つまり10の倍数となります。以上で大丈夫だと思うので、解答に進みます。

【解答】

1以上700以下の整数で、2で割り切れるつまり2の倍数の集合を A 、5で割り切れるつまり5の倍数の集合を B 、7で割り切れるつまり7の倍数の集合を C とする。

$n(A) = 700 \div 2 = 350, n(B) = 700 \div 5 = 140, n(C) = 700 \div 7 = 100, n(A \cap B) = 700 \div 70, n(B \cap C) = 20, n(C \cap A) = 50, n(A \cap B \cap C) = 700 \div 70 = 10$

↑ $A \cap B$ は、2の倍数かつ5の倍数。2と5は互いに素より2かつ5の倍数は、 $2 \cdot 5 = 10$ の倍数です。他のものも同じようにすれば求めることができます。

$$\begin{aligned}
n(A \cup B \cup C) &= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) \\
&= 350 + 140 + 100 - 70 - 20 - 50 + 10 \\
&= 460
\end{aligned}$$

よって、1以上700以下の整数で700と互いに素でないものの整数の個数は460個。

1以上700以下の整数で700と互いに素な整数の個数は $700 - 460 = 240$ 個。

【無料で読めるメルマガの紹介】

数学って難しいですよ。でも、数学って「このときはこうする」というルールがあってそれをひとつずつ覚えていけば誰でもできるようになります。

「今までの苦労はなんだったの？」と思えるほど、簡単にできるようになりますよ。

「4浪しているのにセンター6割」

→ 「わずか入会8か月後に島根大学医学部医学科に合格！」

本人いわく「悲惨な成績」で限りなく学年で下位

→ 「ぐんぐん成績をあげて筑波大学理工学群現役合格！」

「問題が少し難しくなるととたんに解けなくなる」

→ 「解き方のルールを覚えて難問も解けるようになり東北大学歯学部合格！」

多くの受験生が数学の成績をあげた秘訣を紹介します。

以下の無料メルマガの登録をしてください。無料ですし、いつでも解除できるので登録しないと損ですよ。以下をクリックしてください。

ルールを覚えれば誰でもできる！
あなたの数学の偏差値を70にするメルマガ

<https://hmg-gen.com/merutou.html>



ツイッターやっています
<https://twitter.com/hmggen>

高校数学の勉強法
<https://www.hmg-gen.com/>

医学部数学の勉強法
<https://www.ouen-math.com/>

感想はこちらまでメールをください（何か言ってもらえると嬉しいです）
magdai@hmg-gen.com

河見賢司