

「自宅に居ながら1対1の数学の授業が受けられます」の詳細は以下をクリック！
<https://www.hmg-gen.com/tuusin.html>

「ルールを覚えれば誰でもできる！あなたの数学の偏差値を70にするプリント」の詳細は以下をクリック！
<https://www.hmg-gen.com/tuusin1.html>

問題

1000 から 2017 までの 4 桁の整数について、3 と 4 の少なくとも一方で割り切れる整数の個数を求めよ。

【問題の解説】

この問題は、分かっている人にとっては簡単かもしれませんが、でも、なんとなくにしか理解出来ていない人も多いです。だから、丁寧に解説していきます。

まず、3 や 4 で割り切れると言っています。3 で割り切れる数は 3 の倍数だよ。倍数の方が考えやすいので、倍数で考えていくことにするね。

3 の倍数は $3 \times (\text{整数})$ で表される数のことです。

今回は、「3 と 4 の少なくとも一方で割り切れる」と書かれています。「少なくとも」は数学の言葉で言えば「または」です。

* 普段、日本語で使う「または」の場合、どちらか一方ということが多いよね。でも、数学における「または」は「少なくとも」ということです。気を付けてくださいね。

これらのことより、「3 と 4 の少なくとも一方で割り切れる」を言い換えると「3 の倍数、または、4 の倍数」です。こっちの方がすっきりしたよね。

ここからは、 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ の公式を使います。今回の場合「3の倍数」の集合をA、「4の倍数」の集合をBとすると、 $A \cap B$ は3の倍数かつ4の倍数、つまり12の倍数です。

↑ m と n が互いに素（互いに素とは1以外に公約数を持たないということ）のとき、「 m の倍数かつ n の倍数」である整数は「 mn の倍数」です。

今回の場合3と4は互いに素なので、3の倍数かつ4の倍数である整数は $3 \times 4 = 12$ の倍数となります。

それでは、ここから倍数の個数を求めていきます。倍数の個数の求め方は、いろいろな求め方があるけど、僕は以下のように考えることにしています。

例えば1,2,3,4,5の整数の個数は？と聞かれたら、当たり前だけど5個だよな。

これを計算で求めるとすれば、 $5 - 1 + 1$ です。最後の+1を忘れやすいので気を付けるようにしてくださいね。

整数の個数の求め方

m 以上、 n 以下の整数の個数は $m - n + 1$ 個である。

*今、 $m - n + 1$ 個の説明をするために、簡単な具体例である「1,2,3,4,5の整数の個数が $5 - 1 + 1$ 」で求めることができると話しました。

今回のこの公式だけでなく数学全般において言えることです。公式って、文字を使って表されていることが多いです。でも、文字式だとわかりにくいです。

だから、こういった簡単な具体的な数字で公式の確認をすると、簡単に公式を理解できることもありますよ。

それでは、1000から2017までの3の倍数の個数を求めていきます。 $1000 \div 3 = 333 \dots 1$ です。だから、一番小さい3の倍数は 3×334 です。

$2017 \div 3 = 672 \dots 1$ です。だから、一番大きな3の倍数は 3×672 です。

だから、3の倍数は $3 \times 334, 3 \times 335, \dots, 3 \dots, 3 \times 672$ です。この個数は334以上672以下

72以下の整数の個数と一致するので $672 - 334 + 1 = 339$ 個です。

上記のようにすれば、3の倍数の個数は簡単に求めることができるよね。他の倍数の個数も同じように求めることができます。

【問題の解説】

1000から2017までの整数の中で、3の倍数は $3 \times 334, 3 \times 335, \dots, 3 \times 672$ である。よって、3の倍数の個数は $672 - 334 + 1 = 339$ 個。

1000から2017までの整数の中で、4の倍数は $4 \times 250, 4 \times 251, \dots, 4 \times 504$ である。よって、4の倍数の個数は $504 - 250 + 1 = 255$ 個。

1000から2017までの整数の中で、12の倍数は $12 \times 84, 12 \times 85, \dots, 12 \times 168$ である。よって、12の倍数の個数は $168 - 84 + 1 = 88$ 個。

3と4の少なくとも一方で割り切れる整数の個数は、 $339 + 255 - 88 = 509$ 個。

今回の問題はどうかだったでしょうか。倍数の個数を求める問題で、定期試験や大学受験でもよく出るタイプの問題ですよ。

整数の個数の問題など、テキトウに解いている人が多いです。それでも、解けることもあります。でも、しっかりと理解しておかないと本番では失敗してしまうということになりかねませんよ。

今のうちに、しっかりと理解しておいてください。

【無料で読めるメルマガの紹介】

数学って難しいですよね。でも、数学って「このときはこうする」というルールがあってそれをひとつずつ覚えていけば誰でもできるようになります。

「今までの苦勞はなんだったの？」と思えるほど、簡単にできるようになりますよ。

「4浪しているのにセンター6割」

→ 「わずか入会8か月後に島根大学医学部医学科に合格！」

本人いわく「悲惨な成績」で限りなく学年で下位

→ 「ぐんぐん成績をあげて筑波大学理工学群現役合格！」

「問題が少し難しくなるととたんに解けなくなる」

→ 「解き方のルールを覚えて難問も解けるようになり東北大学歯学部合格！」

多くの受験生が数学の成績をあげた秘訣を紹介します。

以下の無料メルマガの登録をしてください。無料ですし、いつでも解除できるので登録しないと損ですよ。以下をクリックしてください。

ルールを覚えれば誰でもできる！
あなたの数学の偏差値を70にするメルマガ

<https://hmg-gen.com/merutou.html>



ツイッターやっています
<https://twitter.com/hmggen>

高校数学の勉強法
<https://www.hmg-gen.com/>

医学部数学の勉強法
<https://www.ouen-math.com/>

感想はこちらまでメールをください（何か言ってもらえると嬉しいです）
magdai@hmg-gen.com

河見賢司