

「自宅に居ながら1対1の数学の授業が受けられます」の詳細は以下をクリック！

<https://www.hmg-gen.com/tuusin.html>

「ルールを覚えれば誰でもできる！あなたの数学の偏差値を70にするプリント」の詳細は以下をクリック！

<https://www.hmg-gen.com/tuusin1.html>

### 問題

次の問いに答えよ。

(1)  $xy + y^2 + xz + yz$  を因数分解せよ。

(2)  $a, b, c$  ( $a < b < c$ ) は連続した自然数とする。このとき  $ab + b^2 + ac + bc$  を4で割った余りが3であることを示せ。

(3)  $a, b, c$  ( $a < b < c$ ) は連続した自然数とする。このとき

$$a^2b + a^2c + ab^2 + b^2c + bc^2 + ac^2 + 2abc$$

は6の倍数であることを示せ。

### 【問題（1）の解説】

因数分解に関する問題です。因数分解に関しては、下記の5個のプリントで詳しく解説しています。

因数分解に関しては大学受験レベルまで、下記のプリントで大丈夫ですよ。

因数分解その1 <https://www.hmg-gen.com/insuu1.pdf>

因数分解その2 <https://www.hmg-gen.com/insuu2.pdf>

因数分解その3 <https://www.hmg-gen.com/insuu3.pdf>

因数分解その4 <https://www.hmg-gen.com/insuu4.pdf>

因数分解その5 <https://www.hmg-gen.com/insuu5.pdf>

今回は $z$ が1次で最低次数なので、 $z$ で整理していきます。まあ、勘のいい人は、すぐに $x+y$ が共通因数だと気づけるので、わざわざ $z$ で整理しなくても解けるとおもいます。どっちでも解けたらいいですよ。

### 【問題（１）の解答】

$$xy + y^2 + xz + yz$$

$$=(x+y)z + y(x+y) \quad \blacktriangleleft z \text{ で整理した! } (x+y) \text{ という共通因数ができた!!}$$

$$=(x+y)(y+z) \quad \blacktriangleleft \text{共通因数の } x+y \text{ でくくった。これで因数分解が完了した!}$$

### 【問題（２）の解答】

\*大学受験で（１）、（２）となっているとき、（２）は（１）を使って解くことが多かったんだよね。今回も、それで解いていきます。

（１）より  $ab + b^2 + ac + bc = (a+b)(b+c)$  と因数分解できる。

$a, b, c$  ( $a < b < c$ ) は連続した自然数なので、 $a = n, b = n + 1, c = n + 2$  ( $n$  は自然数) とする。

$$(a+b)(b+c)$$

$$=\{n + (n + 1)\}\{(n + 1) + (n + 2)\}$$

$$=(2n + 1)(2n + 3)$$

$$=4n^2 + 8n + 3$$

$$=4(n^2 + 2n) + 3$$

$n^2 + 2n$  は整数より、 $(a+b)(b+c)$  は 4 で割った余りが 3 である。（証明終）

### 【問題（３）の解答】

\*また、前問の結果を遣うのかな?と思うけど、今回の  $a^2b + a^2c + ab^2 + b^2c + bc^2 + ac^2 + 2abc$  は前問の結果を使えそうにないです。

そこで、別の解法を考えないといけません。とりあえず、因数分解できそうだからやってみることにするね。

$$\begin{aligned}
& a^2b + a^2c + ab^2 + b^2c + bc^2 + ac^2 + 2abc \\
&= (b+c)a^2 + (b^2 + 2bc + c^2)a + b^2c + bc^2 \quad \blacktriangleleft a \text{ で整理した！} \\
&= (b+c)a^2 + (b+c)^2a + bc(b+c) \quad \blacktriangleleft \text{共通因数の } b+c \text{ ができた！} \\
&= (b+c)\{a^2 + (b+c)a + bc\} \\
&= (b+c)(a+b)(a+c) \\
&= (a+b)(b+c)(c+a)
\end{aligned}$$

↑ 別に変形しなくても OK です。ですが、上記のようなとき  $(a+b)(b+c)(c+a)$  の順で表記するのが一般的です。

ここで、 $a, b, c$  ( $a < b < c$ ) は連続した自然数なので、 $a = n, b = n + 1, c = n + 2$  ( $n$  は自然数) とする。

$$\begin{aligned}
& (a+b)(b+c)(c+a) \\
&= \{n + (n+1)\}\{(n+1) + (n+2)\}\{(n+2) + n\} \\
&= (2n+1)(2n+2)(2n+3)
\end{aligned}$$

$2n+1, 2n+2, 2n+3$  は連続する3つの整数であるので、3のうちひとつは3の倍数である。また、少なくともひとつは偶数である。

よって、 $(2n+1)(2n+2)(2n+3)$  は6の倍数である。(証明終)

(3) を解くときに「因数分解ができそうだからやってみた」と書きました。

数学ってこういうこと多いですよ。問題を見て、とりあえずできそうなことをやってみます。それで、解けたら OK だし、それで解けなければその時点でまた別の解法を考えます。

数学ってとりあえずやってみるということが重要です。

## 【無料で読めるメルマガの紹介】

---

数学って難しいですよ。でも、数学って「このときはこうする」というルールがあってそれをひとつずつ覚えていけば誰でもできるようになります。

「今までの苦勞はなんだったの？」と思えるほど、簡単にできるようになりますよ。

「4浪しているのにセンター6割」

→ 「わずか入会8か月後に島根大学医学部医学科に合格！」

本人いわく「悲惨な成績」で限りなく学年で下位

→ 「ぐんぐん成績をあげて筑波大学理工学群現役合格！」

「問題が少し難しくなるととたんに解けなくなる」

→ 「解き方のルールを覚えて難問も解けるようになり東北大学歯学部合格！」

多くの受験生が数学の成績をあげた秘訣を紹介します。

以下の無料メルマガの登録をしてください。無料ですし、いつでも解除できるので登録しないと損ですよ。以下をクリックしてください。

ルールを覚えれば誰でもできる！  
あなたの数学の偏差値を70にするメルマガ

<https://hmg-gen.com/merutou.html>



ツイッターやっています  
<https://twitter.com/hmggen>

高校数学の勉強法  
<https://www.hmg-gen.com/>

医学部数学の勉強法  
<https://www.ouen-math.com/>

感想はこちらまでメールをください（何か言ってもらえると嬉しいです）  
[magdai@hmg-gen.com](mailto:magdai@hmg-gen.com)

河見賢司