

「自宅に居ながら1対1の数学の授業が受けられます」の詳細は以下をクリック！
<https://www.hmg-gen.com/tuusin.html>

「ルールを覚えれば誰でもできる！あなたの数学の偏差値を70にするプリント」の詳細は以下をクリック！
<https://www.hmg-gen.com/tuusin1.html>

単元：数学Ⅰの「数と式」 難易度：「基本」

*難易度は、「基礎」「標準」「発展」「難問」に分けています。

「基礎」は教科書基本レベル。「標準」は定期試験向け、入試の基本問題。「発展」は国公立大学、MARCH、関関同立の志望者向け。「難問」は難関大学（上位国立、早慶、理科大）の志望者向け。

問題

x についての方程式

$$|2x^2 + 4x - 1| = |x^2 - 2|$$

を解け。

【解説】

絶対値を含んだ方程式の問題です。絶対値を含んだ方程式は苦手になっている人も多いです。しっかりと理解しておいてください。

まず、以下のことを覚えてください。

絶対値を含んだ等式と同値変形

$$|A| = |B| \Leftrightarrow A = B \text{ または } A = -B$$

上記の、 $|A| = |B| \Leftrightarrow A = B$ または $A = -B$ は常に成立しますよ。

たまに、「絶対値の中身の符号を考えないといけない！」なんて思っている人もいますが、今回の場合まったく関係ないですよ。

*絶対値がくると、「絶対値の中身が0以上かどうかで場合分け！」で解く人がいます。ですが、これは解法のうちのひとつですよ。場合分けをする以外の解法があるときもあります。丁寧に考えて解くようにしてくださいね。

上記の同値変形がなぜ成立するか？ということを説明しておきます。

まず、 $|A|^2 = A^2$ ということを覚えておいてください。

これがなぜ成立するかは簡単ですよ。 $A \geq 0$ のとき、 $|A| = A$ です。これより、 $A \geq 0$ のとき $|A|^2 = A^2$ が成立します。

次に、 $A < 0$ のときです。 $|A| = -A$ です。これより、 $A < 0$ のとき $|A|^2 = (-A)^2 = A^2$ です。

以上より、 $|A|^2 = A^2$ です。ルートは2乗するとルートが消えて考えやすくなります。絶対値も同じです。2乗すると、絶対値が消えて考えやすくなります。だから、絶対値を含んでいるときは2乗をすることが多いですよ。

$$|A| = |B|$$

$$\Leftrightarrow |A|^2 = |B|^2 \quad \blacktriangleleft \text{下記の【注】参照}$$

$$\Leftrightarrow A^2 = B^2 \quad \blacktriangleleft |x|^2 = x^2 \text{より!}$$

$$\Leftrightarrow A^2 - B^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (A - B)(A + B) = 0$$

$$\Leftrightarrow A - B = 0 \text{ または } A + B = 0$$

$$\Leftrightarrow A = B \text{ または } A = -B$$

【注】 について

$|A| = |B| \Leftrightarrow |A|^2 = |B|^2$ が言えますよ。

これは「 $x \geq 0$ かつ $y \geq 0$ のとき、 $x = y \Leftrightarrow x^2 = y^2$ 」という同値変形を使っただけです。

絶対値は0以上だから $|A| \geq 0$ かつ $|B| \geq 0$ です。 $|A| = |B|$ は、両辺とも0以上なので2乗しても同値性は崩れません。2乗すると、同値性が崩れることがあります。2乗するときは、気を付けてくださいね。

【解答】

$$|2x^2 + 4x - 1| = |x^2 - 2|$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 4x - 1 = x^2 - 2 \text{ または } 2x^2 - 4x - 1 = -(x^2 - 2) \blacktriangleleft |A| = |B| \Leftrightarrow A = B \text{ または } A = -B \text{ より}$$

(i)

$$2x^2 - 4x - 1 = x^2 - 2$$

$$x^2 + 4x + 1 = 0$$

$$x = -2 \pm \sqrt{3}$$

(ii)

$$2x^2 - 4x - 1 = -(x^2 - 2)$$

$$3x^2 + 4x - 3 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{13}}{3}$$

以上より、方程式の解は $x = -2 \pm \sqrt{3}, \frac{-2 \pm \sqrt{13}}{3}$ となる。

【無料で読めるメルマガの紹介】

数学って難しいですよ。でも、数学って「このときはこうする」というルールがあつてそれをひとつずつ覚えていけば誰でもできるようになります。

「今までの苦労はなんだったの？」と思えるほど、簡単にできるようになりますよ。

「4浪しているのにセンター6割」

→ 「わずか入会8か月後に島根大学医学部医学科に合格！」

本人いわく「悲惨な成績」で限りなく学年で下位

→ 「ぐんぐん成績をあげて筑波大学理工学群現役合格！」

「問題が少し難しくなるととたんに解けなくなる」

→ 「解き方のルールを覚えて難問も解けるようになり東北大学歯学部合格！」

多くの受験生が数学の成績をあげた秘訣を紹介します。

以下の無料メルマガの登録をしてください。無料ですし、いつでも解除できるので登録しないと損ですよ。以下をクリックしてください。

ルールを覚えれば誰でもできる！
あなたの数学の偏差値を70にするメルマガ

<https://hmg-gen.com/merutou.html>



ツイッターやっています
<https://twitter.com/hmggen>

高校数学の勉強法
<https://www.hmg-gen.com/>

医学部数学の勉強法
<https://www.ouen-math.com/>

感想はこちらまでメールをください（何か言ってもらえると嬉しいです）
magdai@hmg-gen.com

河見賢司