

「自宅に居ながら1対1の数学の授業が受けられます」の詳細は以下をクリック！

<https://www.hmg-gen.com/tuusin.html>

「ルールを覚えれば誰でもできる！あなたの数学の偏差値を70にするプリント」の詳細は以下をクリック！

<https://www.hmg-gen.com/tuusin1.html>

問題

複素数  $z$  が  $|z - 2i| = 2$  を満たすとき、 $|z - 2\sqrt{3}|$  の最大値と最小値を求めよ。ただし、 $i$  は虚数単位である。

【問題の解説】

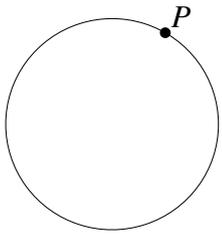
複素数平面の問題です。複素数平面は苦手になっている人が多いです。でも、大学受験では頻出です。ポイントさえ押さえたら、比較的短時間に理解できる単元です。しっかりと理解しておいてくださいね。

$|z - 2i| = 2$  です。まず、 $|z - 2i|$  を複素数平面で考えるとしたら、 $|z - 2i|$  は点  $z$  と点  $2i$  の距離を表しています。

点  $z$  が動点だとすると、 $|z - 2i| = 2$  は、点  $z$  は点  $2i$  からの距離が2を満たしながら動く動点です。

つまり、定点  $2i$  から距離が2で一定なので、これは点  $2i$  を中心とする半径が2の円周上を動点  $z$  が動く、とすることができますよ。

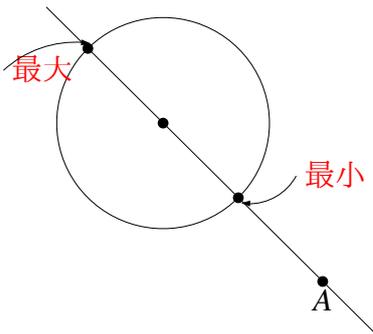
ここまできたら、複素数平面は終わりです。数学Ⅱの図形と方程式でも頻出の最大値・最小値問題です。



A

上図のように  $P$  は円周上を動く動点。  $A$  は定点。 このとき、  $AP$  の長さが最大となるとき、最小となるときはどんなときか？

この問題はよく出てくるので覚えておいてください。 下図のように円の中心を通るとき最大と最小となります。



上図のように  $A$  と円を中心を通る直線と円との交点で  $A$  に近い方のとき最小となり、遠い方のとき最大となります。

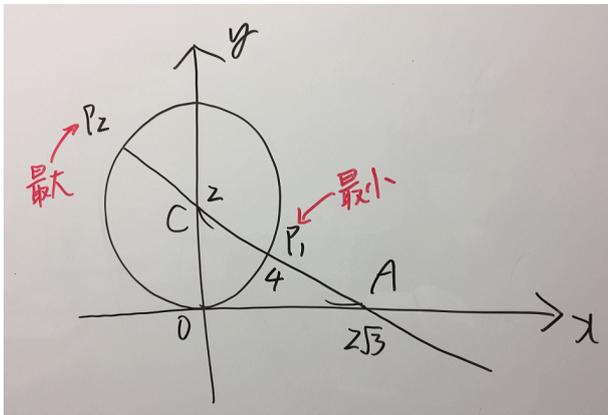
### 【問題の解答】

$P(z)$  とする。

↑ 別に  $P$  でなくてもいいですよ。ただ、動点は  $P$  とおくことが多いのでこう置きました。

$|z - 2i| = 2$  より、点  $P$  は点  $2i$  を中心とする半径  $2$  の円周を動く点である。

$|z - 2\sqrt{3}|$  は  $2$  点  $P$ 、 $2\sqrt{3}$  間の距離である。



上図のように円の中心の点  $2i$  を  $C$ 、点  $2\sqrt{3}$  を  $A$  とする。直線  $AC$  が円との交点を  $P_1, P_2$  とする。このとき、 $P_2$  のとき最大となり、 $P_1$  のとき最小となる。

$$AC = \sqrt{OC^2 + OA^2} = 4$$

↑ 三平方の定理より。1 : 2 :  $\sqrt{3}$  の直角三角形なので、これを利用してもいいですよ。

$$AP_1 = AC = CP_1 = 4 - 2 = 2, \quad AP_2 = AC + CP_2 = 4 + 2 = 6$$

↑  $CP_1$  と  $CP_2$  は円の半径より 2 となる。

よって、最大値 **6**、最小値 **2** である。

今回の問題は有名だから解けるようになっておいてくださいね。

あと、こういう線分の最大値・最小値問題は、図形で考えられるときは図形で考えて方が簡単な場合が多いです。

だから、こういう問題にあたったときはまず、「図形的に考えることはできないかな?」と考えます。それで、できない場合、例えば 2 点間の距離の公式などで関数を作って数式で最大値・最小値を求めていきます。

優先順位としては、まずは図形的に考えることができないか？です。これをまず考えるくせを付けておいてください。

## 【無料で読めるメルマガの紹介】

---

数学って難しいですよ。でも、数学って「このときはこうする」というルールがあってそれをひとつずつ覚えていけば誰でもできるようになります。

「今までの苦労はなんだったの？」と思えるほど、簡単にできるようになりますよ。

「4浪しているのにセンター6割」

→ 「わずか入会8か月後に島根大学医学部医学科に合格！」

本人いわく「悲惨な成績」で限りなく学年で下位

→ 「ぐんぐん成績をあげて筑波大学理工学群現役合格！」

「問題が少し難しくなるととたんに解けなくなる」

→ 「解き方のルールを覚えて難問も解けるようになり東北大学歯学部合格！」

多くの受験生が数学の成績をあげた秘訣を紹介します。

以下の無料メルマガの登録をしてください。無料ですし、いつでも解除できるので登録しないと損ですよ。以下をクリックしてください。

ルールを覚えれば誰でもできる！  
あなたの数学の偏差値を70にするメルマガ

<https://hmg-gen.com/merutou.html>



---

ツイッターやっています  
<https://twitter.com/hmggen>

高校数学の勉強法  
<https://www.hmg-gen.com/>

医学部数学の勉強法  
<https://www.ouen-math.com/>

感想はこちらまでメールをください（何か言ってもらえると嬉しいです）  
[magdai@hmg-gen.com](mailto:magdai@hmg-gen.com)

河見賢司